ВИСОКА ТЕХНИЧКА ШКОЛА
СТРУКОВНИХ СТУДИЈА
НИШ

30.06.2009.год.

ПРИЈЕМНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Задатак 1.

Вредност израза

$\frac{a}{b}\cdot\left(1-\frac{a}{a+b}\right)+\left(\frac{a}{b}\right)^{(-1)}\cdot\left(1-\frac{b}{a+b}\right)$ **је:**

а) 1 **б) 2** **в) 0** **г) -1**

Решење:

За $a \neq 0$, $b \neq 0$, $a \neq -b$

$$\frac{a}{b}\cdot\left(1-\frac{a}{a+b}\right)+\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}\cdot\left(1-\frac{b}{a+b}\right)=\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{a+b-a}{a+b}\right)+\frac{b}{a}\cdot\left(\frac{a+b-b}{a+b}\right)=$$

$$=\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a+b}+\frac{b}{a}\cdot\frac{a}{a+b}=$$

$$=\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a+b}=$$

$$=\frac{a+b}{a+b}=1$$

РЕШЕЊЕ је под а)

Задатак 2.

Решења једначине

$\log_x 3+\log_3 x=\log_{\sqrt{x}} 3+\log_3\sqrt{x}+\frac{1}{2}$ **су :**

а) 3 или 0 **б)** $\frac{1}{3}$ **или 9** **в) 1 или 2** **г)3 или 6**

Решење:

Једначина има смисла за $x>0$ и $x\neq 1$.

Како је $\log_x^3=\frac{1}{\log_3^x}$, $\log_3^{\sqrt{x}}=\frac{1}{2}\log_3^x$ и $\log_{\sqrt{x}}^3=\frac{2}{\log_3^x}$ то је дата једначина еквивалентна са

$$\frac{1}{\log_3^x}+\log_3^x=\frac{2}{\log_3^x}+\frac{1}{2}\log_3^x+\frac{1}{2}$$

Увођењем смене $\log_3^x=t$

$$\frac{1}{t}+t=\frac{2}{t}+\frac{1}{2}t+\frac{1}{2} \quad /\cdot 2t$$

$$2+2\cdot t^2=4+t^2+t$$

$$t^2-t-2=0$$

$$t_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot(-2)}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{1\pm 3}{2}=\langle \begin{matrix}2\\-1\end{matrix}$$

Одакле је $\log_3^x=2 \Leftrightarrow x=3^2=9$ или $\log_3^x=-1 \Leftrightarrow x=3^{-1}=\frac{1}{3}$

<u>РЕШЕЊЕ је под б)</u>

Задатак 3.

Ако је $\sin\alpha=\frac{8}{17}$ и α оштар угао,онда је вредност израза

$\cos 2\alpha+(\sin(\pi-\alpha))^2$

а) $\frac{5}{17}$ **б)** $\frac{3}{2}$ **в)** $\frac{225}{289}$ **г)** $\frac{7}{17}$

<u>Решење:</u>

Како је $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$ и $\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$ то је

$$\cos 2\alpha+(\sin(\pi-\alpha))^2=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha+\sin^2\alpha=\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha=1-\left(\frac{8}{17}\right)^2=1-\frac{64}{289}=\frac{225}{289}$$

<u>РЕШЕЊЕ је под в)</u>

Задатак 4.

У једнакокраком троуглу збир трећине угла при врху и половине једног од углова на основици износи 48^0.Углови тог троугла су:

а) $36^0, 36^0, 108^0$ **б)** $30^0, 30^0, 120^0$ **в)** $40^0, 40^0, 100^0$ **г)** $36^0, 72^0, 72^0$

<u>Решење:</u>

Нека су α и β углови на основици, а γ угао при врху. Тада је:

$$\frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{3}\gamma = 48^\circ \ /\cdot(-3)$$
$$\underline{2\alpha + \gamma = 180^\circ}$$
$$-\frac{3}{2}\alpha - \gamma = -144^\circ$$
$$\underline{2\alpha + \gamma = 180^\circ}$$
$$\frac{1}{2}\alpha = 36^\circ \Rightarrow \alpha = 72^\circ$$
$$\gamma = 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$$

Дакле $\alpha = \beta = 72^\circ$, $\gamma = 36^\circ$

РЕШЕЊЕ је под г)

Задатак 5.

Три броја образују растући аритметички низ.Њихов збир је 15 ,а збир њихових квадрата је 147.То су бројеви :

а) -1, 5, 11 **б) 0, 6, 9** **в) 1, 6, 8** **г) 3, 5, 7**

Нека су то бројеви $a-d$, a , $a+d$. Тада је:

$$a - d + a + a + d = 15$$
$$\underline{(a-d)^2 + a^2 + (a+d)^2 = 147}$$
$$3 \cdot a = 15 \Rightarrow a = 5$$
$$\underline{(5-d)^2 + 5^2 + (5+d)^2 = 147}$$
$$a = 5$$
$$25 - 10 \cdot d + d^2 + 25 + 25 + 10 \cdot d + d^2 = 147 \Rightarrow 2 \cdot d^2 = 147 - 75,\ 2 \cdot d^2 = 72,\ d^2 = 36,\ d = \pm 6$$

Како је низ растући то је $d > 0$, дакле $d = 6$. Дакле то су бројеви -1, 5, 11

РЕШЕЊЕ је под а)