ВИСОКА ТЕХНИЧКА ШКОЛА
СТРУКОВНИХ СТУДИЈА
НИШ

02.07.2010. год.

ПРИЈЕМНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

- РЕШЕНИ ЗАДАЦИ -

Задатак 1.

Вредност израза $\left(\dfrac{3a^{-x}}{1-a^{-x}}-\dfrac{2a^{-x}}{1+a^{-x}}-\dfrac{a^x}{a^{2x}-1}\right):\dfrac{a^{-x}}{a^x-a^{-x}}$ је:

Решење:

Како је $a^{-x}=\dfrac{1}{a^x}$ і $a^{2x}-1=\left(a^x-1\right)\cdot\left(a^x+1\right)$ израз добија облик:

$$\left(\frac{3a^{-x}}{1-a^{-x}}-\frac{2a^{-x}}{1+a^{-x}}-\frac{a^x}{a^{2x}-1}\right):\frac{a^{-x}}{a^x-a^{-x}}=\left(\frac{3\cdot\frac{1}{a^x}}{1-\frac{1}{a^x}}-\frac{2\cdot\frac{1}{a^x}}{1+\frac{1}{a^x}}-\frac{a^x}{a^{2x}-1}\right):\frac{\frac{1}{a^x}}{a^x-\frac{1}{a^x}}=$$

$$=\left(\frac{\frac{3}{a^x}}{\frac{a^x-1}{a^x}}-\frac{\frac{2}{a^x}}{\frac{a^x+1}{a^x}}-\frac{a^x}{a^{2x}-1}\right):\frac{\frac{1}{a^x}}{\frac{a^{2x}-1}{a^x}}=\left(\frac{3}{a^x-1}-\frac{2}{a^x+1}-\frac{a^x}{a^{2x}-1}\right):\frac{1}{a^{2x}-1}=$$

$$=\left(\frac{3\cdot\left(a^x+1\right)-2\left(a^x-1\right)}{\left(a^x-1\right)\cdot\left(a^x+1\right)}-\frac{a^x}{a^{2x}-1}\right)\cdot\left(a^{2x}-1\right)=\left(\frac{3a^x+3-2a^x+2-a^x}{a^{2x}-1}\right)\cdot\left(a^{2x}-1\right)=5$$

Одговор је под: б)

Задатак 2.

Решење једначине $\sqrt{x-2}=\sqrt{4x-3}-\sqrt{x+1}$ је:

Решење:

Уз услов $x-2\geq 0\wedge 4x-3\geq 0\wedge x+1\geq 0\Leftrightarrow x\geq 2$ то је

$\left(\sqrt{x-2}\right)^2=\left(\sqrt{4x-3}-\sqrt{x+1}\right)^2\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x-2=4x-3-2\sqrt{(4x-3)\cdot(x+1)}+x+1\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{4x^2+x-3}=4x\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x^2+x-3=4x^2\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x-3=0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=3$

одговор је под: а)

Задатак 3.

Вредност израза $\left(1-\cos\frac{\pi}{8}\right)\left(1+\cos\frac{\pi}{8}\right)$ је:

Решење:

$$\left(1-\cos\frac{\pi}{8}\right)\cdot\left(1+\cos\frac{\pi}{8}\right)=1-\cos^2\frac{\pi}{8}=\sin^2\frac{\pi}{8}=\frac{1-\cos\frac{\pi}{4}}{2}=\frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}=\frac{2-\sqrt{2}}{4}$$

одговор је под б)

Задатак 4.

Бројеви $\log 2$, $\log\left(5^x-1\right), \log\left(5^x+3\right)$ представљају три узастопна члана аритметичког низа за:

Решење:

Како је код аритметичког низа разлика два суседна члана контантна то је:

$\log\left(5^x-1\right)-\log 2=\log\left(5^x+3\right)-\log\left(5^x-1\right)$

$\log\frac{5^x-1}{2}=\log\frac{5^x+3}{5^x-1}$

$\frac{5^x-1}{2}=\frac{5^x+3}{5^x-1}$

$\left(5^x-1\right)^2=2\left(5^x+3\right)$

Увођењем смене $5^x=t$, $t>0$ добија се $t^2-4t-5=0$ одакле је $t_1=5$ и $t_2=-1$.

Дакле, $5^x=5 \Leftrightarrow x=1$.

одговор је под а)

Задатак 5.

Обим већег дијагоналног пресека правилне шестостране призме је 22 cm. Висина призме је за 1 cm краћа од основне ивице. Површина те призме је:

Решење:

Обележимо основну ивицу призме са a и висину са H. Већи дијагонални пресек призме је правоугаоник страница $2a$ и $a-1$, одакле је

$O=2(2a+a-1)$

$22=2(3a-1)$

$11=3a-1$

$3a=12$

$a=4cm$

$H=a-1$

$H=4-1$

$H=3cm$

Како је површина шестостране призме $P=3a^2\sqrt{3}+6aH$ то је заменом добијених вредности

$P=3\cdot 4^2\cdot\sqrt{3}+6\cdot 4\cdot 3$

$P=48\cdot\sqrt{3}+72$

$P=24\cdot\left(2\cdot\sqrt{3}+3\right)cm^2$

одговор је под в)