ВИСОКА ТЕХНИЧКА ШКОЛА СТРУКОВНИХ СТУДИЈА НИШ 01.07.2011. год.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ПРИЈЕМНОГ ИСПИТА ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Задатак 1.
Вредност израза

$$\left(\frac{15}{\sqrt{6}+1}+\frac{4}{\sqrt{6}-2}-\frac{12}{3-\sqrt{6}}\right):\left(\sqrt{6}+11\right)^{-1}$$

je:

a) 2 **b) -115** c) 100 d) -100

Решење:

$$\left(\frac{15}{\sqrt{6}+1}+\frac{4}{\sqrt{6}-2}-\frac{12}{3-\sqrt{6}}\right):\left(\sqrt{6}+11\right)^{-1}=$$

$$\left(\frac{15}{\sqrt{6}+1}\frac{\sqrt{6}-1}{\sqrt{6}-1}+\frac{4}{\sqrt{6}-2}\frac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{6}+2}-\frac{12}{3-\sqrt{6}}\frac{3+\sqrt{6}}{3+\sqrt{6}}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{6}+11}\right)=$$

$$\left(\frac{15\left(\sqrt{6}-1\right)}{6-1}+\frac{4\left(\sqrt{6}+2\right)}{6-4}-\frac{12\left(\sqrt{6}+3\right)}{9-6}\right)\cdot\left(\sqrt{6}+11\right)=$$

$$\left(3\left(\sqrt{6}-1\right)+2\left(\sqrt{6}+2\right)-4\left(\sqrt{6}+3\right)\right)\cdot\left(\sqrt{6}+11\right)=$$

$$\left(\sqrt{6}-11\right)\cdot\left(\sqrt{6}+11\right)=6-121=-115$$

Задатак 2.
Производ решења једначине

$$\log_x 2\cdot\log_{\frac{x}{16}} 2=\log_{\frac{x}{64}} 2$$

je:

a) 32 b) 6 c) 1 d) -6

Решење :
Примењујући правила о промени основе логаритма и о логаритму количника,добија се једначина облика:

$$\frac{1}{\log_2 x}\frac{1}{\log_2 x-\log_2 16}=\frac{1}{\log_2 x-\log_2 64}\iff\frac{1}{\log_2 x}\frac{1}{\log_2 x-4}=\frac{1}{\log_2 x-6}$$

Увођењем смене $\mathbf{\log_2 x = t}$ добија се:

$$\frac{1}{t(t-4)}=\frac{1}{t-6}\iff t^2-4t=t-6\iff t^2-5t+6=0\iff\begin{cases}t_1=3\iff\log_2 x=3\iff x_1=2^3=8\\ t_2=2\iff\log_2 x=2\iff x_2=2^2=4\end{cases}$$

Како су решења дате једначине $x_1=8$ и $x_2=4$ то је њихов производ $\boldsymbol{x_1\cdot x_2=32}$

Задатак 3.

Упрошћен израз

$$\frac{\cos^3 x - \sin^3 x}{2 + \sin 2x}$$

је:

a) 2 b) $\frac{\cos x + \sin x}{2}$ **c)** $\frac{\cos x - \sin x}{2}$ d) 1

Решење:Користећи формулу за разлику кубова,основни тригонометријски идентитет $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ и формулу $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ добија се :

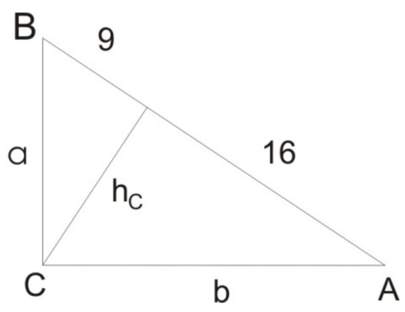
$$\frac{\cos^3 x - \sin^3 x}{2 + \sin 2x} = \frac{(\cos x - \sin x)(\cos^2 x + \cos x \sin x + \sin^2 x)}{2 + 2 \sin x \cos x} = \frac{(\cos x - \sin x)\big((1 + \sin x \cos x)\big)}{2(1 + \sin x \cos x)} = \frac{\cos x - \sin x}{2}$$

Задатак4.

Висина хипотенузе дели хипотенузу на одсечке дужина $9cm$ и $16cm$.Обим уписане кружнице датог правоуглог троугла је:

a) $10\pi cm$ b) $100\pi cm$ c) $5\pi cm$ d) $25\pi cm$

Решење: Како су одсечци хипотенузе дати то је хипотенуза $c = 9cm + 16cm = 25cm$. Висина је поделила дати троугао на два правоугла троугла, у којима се применом Питагорине теореме могу изразити катете датог троугла.



$a^2 = 9^2 + {h_c}^2$ и $b^2 = 16^2 + {h_c}^2$ Како је $c^2 = a^2 + b^2$ и $c = 25cm$ то се сабирањем ових једнакости добија $25^2 = 9^2 + 16^2 + 2{h_c}^2$, одакле је $h_c = 12cm$,па је $a = 20cm$ и $b = 15cm$.Како је полупречник уписане кружнице правоуглог троугла $r = \frac{a+b-c}{2}$ то је $r = 5cm$,па је обим уписане кружнице $O = 2r\pi = 10\pi cm$

Задатак 5.

Основна ивица правилне четворостране пирамиде је $a = 6cm$, а површина омотача $M = 60cm^2$.
Запремина те пирамиде је :

a) $48cm^3$ b) $60cm^3$ c) $36cm^3$ d) $120cm^3$

Решење:

Како је омотач правилне четворостране пирамиде $M = 2ah_a = 60cm^2$ и $a = 6cm$,то је апотема $h_a = 5cm$
Из правоуглог троугла који повезује апотему,висину пирамиде и полупречник уписане кружнице основе пирамиде, је $H^2 = {h_a}^2 - r^2$, а како је у основи квадрат ,то је полупречник уписане кружнице једнак половини странице, $r = \frac{6}{2}cm = 3cm$ то је $H = 4cm$.Тражена запремина пирамиде је:

$V = \frac{1}{3}BH = \frac{1}{3}a^2H = \frac{1}{3}36 \cdot 4 = 48cm^3.$