



**Visoka tehnička škola
strukovnih studija
Kragujevac**

**ZADACI ZA PRIPREMU
PRIJEMNOG ISPITA**

**KRAGUJEVAC
2017. godina**



Poštovani kandidati, budući studenti,

Na ovim stranicama potrudili smo se da vam olakšamo pripreme za upis prve godine osnovnih studija Visoke tehničke škole strukovnih studija u Kragujevcu.

Materijal koji smo Vam pripremili će Vam pomoći da položite prijemni ispit iz "Matematike".

Visoka tehnička škola strukovnih studija u Kragujevcu svake godine, u junu mesecu, pre podnošenja dokumenata za upis na studije, sprovodi **BESPLATNU PRIPREMNU NASTAVU** iz matematike (30 časova pripremne nastave), za sve zainteresovane kandidate za upis. Pripremna nastava iz matematike se odvija po programu prethodnog srednjeg obrazovanja.

Pripremnu nastavu vodi profesor matematike sa Visoke tehničke škole strukovnih studija.

S poštovanjem,
Uprava Škole

Zadaci za pripremu prijemnog ispita iz MATEMATIKE

1. Uprostiti izraz $\frac{x}{x-1} - \frac{3x-1}{x-2} + \frac{2x+1}{x^2-3x+2}$.
2. Izvršiti naznačene operacije i uprostiti izraz $\frac{a^2+b^2}{ab} - \frac{a^2}{ab-b^2} + \frac{b^2}{a^2-ab}$.
3. Uprostiti izraz $\frac{a^2-a-6}{a^2-4} - \frac{a-1}{2-a} - 2$.
4. Uprostiti izraz $\left(\left(\frac{x^2}{y^2} \right) + \left(\frac{y}{x} \right) : \left(\frac{x}{y^2} - \frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right) \right) : \frac{(x-y)^2 + 4xy}{1 + \frac{y}{x}}$.
5. Uprostiti izraz $\frac{a^2+a-2}{a^{n+1}-3a^n} \cdot \left(\frac{(a+2)^2-a^2}{4a^2-4} - \frac{3}{a^2-a} \right)$.
6. Uprostiti izraz $\left(\frac{x}{x^2+xy} - \frac{2}{x+y} + \frac{y}{x^2+xy} \right) : \left(\frac{x}{y} - 2 + \frac{y}{x} \right)$.
7. Uprosti izraz $\left(\frac{3x}{x+y} + \frac{x}{x-y} - \frac{2xy}{3} \right) : \frac{4xy}{x^2-y^2}$.
8. Uprostiti izraz $\frac{x^4-1}{a^3+a} \cdot \frac{a}{x^3+x^2+x+1} \cdot \frac{2a^2+2}{x^2-2x+1}$.
9. Uprostiti izraz $\left(\frac{3a^2}{4b^3} \right)^{-3} : \left(\frac{9a^{-2}b}{4} \right)^{-1} \cdot \frac{b^7}{12a^{-11}}$.
10. Uprostiti izraz $\frac{((-12)^{-8})^2 \cdot 75^{-4} \cdot (-4)^{-9}}{(25)^{-2} \cdot 18^6 \cdot 10^8}$.
11. Jednakostranični trougao površine $36\sqrt{3}cm^2$, upisan je u krug. Kolika je površina tog kruga?
12. Ako se stranice jednog kvadrata povećaju za $2cm$, tada se njegova površina poveća za $24cm^2$. Kolika je stranica tog kvadrata?
13. Naći površinu i zapreminu pravilne prave četverostrane zarubljene piramide čije su osnovne ivice $10cm$ i $4cm$, a visina $\sqrt{7}cm$.
14. Pravilni šestougao stranice a rotira oko duže dijagonale. Izračunati površinu i zapreminu nastalog obrtnog tela.
15. U krugu čiji je prečnik $AB = 25dm$, data je tetiva $AC = 20dm$. Izračunati površinu koja nastaje rotacijom AC oko AB .

16. Odrediti strane jednakokrakog trougla čija je visina 8cm , a obim 32cm .
17. Izračunati površinu i zapreminu prave zarubljene kupe ako je visina $H = 4\text{cm}$, izvodnica $s = 5\text{cm}$ i omotač $M = 85\pi\text{cm}^2$.
18. Izračunati zapreminu lopte opisane oko pravilne šestostrane zarubljene piramide čije su osnovne ivice 6cm i 3cm , a bočna ivica 5cm .
19. Osnovica prizme je paralelogram čije su stranice 9cm i 10cm , a dijagonala 17cm . Izračunati zapreminu prizme ako njena površina iznosi 334cm^2 .
20. Visina trapeza je h , a osnovice su mu a i b . Izračunati površinu trougla koji se dobija produženjem krakova tog trapeza.
21. Izračunati zapreminu piramide čija je osnova pravougaonik sa dimenzijama 6cm i 15cm , i ako je njen omotač površine 126cm^2 .
22. Odrediti stranicu romba ako je odnos njegovih dijagonala $m : n$ i površina P .
23. Visina zarubljene piramide je 15cm , njena zapremina 475cm^3 , a odnos površina njenih osnova je $4 : 9$. Izračunati površine tih osnova.
24. Izračunati površinu trapeza čije su osnovice 6cm i 20cm , a kraci su 13cm i 15cm .
25. Odrediti površinu i zapreminu pravilne petostrane piramide čija je bočna ivica $b = 5\text{cm}$, a ugao nagiba bočne ivice prema osnovi iznosi $\frac{\pi}{6}$.
26. Izračunati površinu romba čija je jedna dijagonala 12cm i stranica 10cm .
27. Osnova piramide je romb stranice 15cm . Bočne strane su nagnute prema osnovi pod uglom od $\frac{\pi}{4}$. Izračunati zapreminu piramide ako je površina omotača 4dm^2 .
28. Odrediti stranice i uglove pravouglog trougla, ako je njegov obim 24cm , a poluprečnik upisane kružnice 2cm .
29. Napisati jednačinu prave koja prolazi kroz presek pravih $4x - 3y - 8 = 0$ i $x + 2y - 13 = 0$, i normalna je na pravoj $3x + y - 8 = 0$.
30. Napisati jednačinu tangente konstruisane iz tačke $A(0,2)$ na elipsu $2x^2 + 3y^2 = 6$.
31. Temena jednog četvorougla su $A(3,4)$, $B(2,0)$, $C(-2,-1)$ i $D(-2,2)$. Odrediti presek njegovih dijagonala.
32. Napisati jednačinu hiperbole kojoj pripadaju tačke $M(8\frac{1}{3}, 4)$ i $N(13, 7\frac{1}{3})$.
33. Napisati jednačinu prave kroz tačku $A(2, -3)$ koja sa osom Ox gradi dva puta veći ugao od ugla koji sa osom Oy zaklapa prava $2y - x = 3$.

34. Ispitati položaj prave $2x - y - 3 = 0$ i kružnice $x^2 - 3x + 2y - 3 = 0$.
35. U elipsu $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ je upisan pravougaonik tako da njegove dve paralelne stranice prolaze kroz žiže elipse. Odrediti koordinate temena pravougaonika.
36. Date su koordinate dva temena trougla $A(-6, 2), B(2, -2)$ i ortocentar $H(1, 2)$. Odrediti koordinate trećeg temena.
37. Napisati jednačinu elipse čije su tangente $x + y - 5 = 0$ i $x - 4y - 10 = 0$.
38. Dva temena paralelograma su $A(3, 5)$ i $B(-3, 1)$, a presek dijagonala je $S(2, 1)$. Odrediti ostala temena tog paralelograma.
39. Napisati jednačinu zajedničkih tangenti krivih $3x^2 - 4y^2 = 12$ i $2x^2 + 2y^2 = 1$.
40. Napisati jednačinu kružnice čiji je centar u tački $C(-4, 2)$ i koja dodiruje pravu $3x + 4y - 16 = 0$.
41. Ispitati međusobni položaj dve kružnice, $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ i $x^2 + y^2 - 10x - 8y + 40 = 0$.
42. Pod kojim uglom se seku krive $x^2 + y^2 = 16$ i $x^2 + y^2 - 10x = 0$.
43. Temena trougla su $A(1, 2), B(-1, 1), C(-2, 3)$. Kako glase jednačine pravih koje sadrže visine tog trougla?
44. Središte kružnice koja dodiruje obe koordinatne ose, pripada pravoj $3x - 5y + 15 = 0$. Kako glasi jednačina te kružnice?
45. Ako su tačke $A(1, 2)$ i $B(6, 4\frac{1}{5})$ krajevi duži, odrediti koordinate tačaka A_1, A_2, A_3 i A_4 koje dele tu duž na pet jednakih delova.
46. Odrediti jednačinu tangente krive $x^2 - 9y^2 = 9$, ako je odnos njenih odsečaka na koordinatnim osama $3 : 7$.
47. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}2x - y + 3z &= 20 \\x - 2y + 2z &= 7 \\3x + 2y - z &= 1.\end{aligned}$$

48. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}x + y &= 30 \\y + z &= 0 \\z + u &= -3 \\x - u &= 2.\end{aligned}$$

49. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}2x + 4y + z &= 1 \\3x - y + 2z &= 6 \\5x + 3y - z &= -1.\end{aligned}$$

50. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}2x + 4y + z &= 1 \\3x - y + 2z &= 6 \\5x + 3y - z &= -1.\end{aligned}$$

51. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}14x + 2y - 6z &= 9 \\-4x + y + 9z &= 3 \\6x - 4y + 3z &= -4.\end{aligned}$$

52. Rešiti i diskutovati sistem jednačina,

$$\begin{aligned}a^2x - y &= a - b \\b^3x + ay &= b^2.\end{aligned}$$

53. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}x + y + z &= 3a \\x - 2y + z &= a + 2b \\x + y - z &= a.\end{aligned}$$

54. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}3x - 2y + 5z &= 8 \\6x + 4y + z &= 2 \\-3x - 2y + 3z &= 6.\end{aligned}$$

55. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}2x + y + 2z &= 2 \\3x - 6y - 4z &= 2 \\x + 5y + 4z &= 1.\end{aligned}$$

56. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}2x - 2y + z &= 3a - b \\x + 2y - z &= 4b \\2x + y + 3z &= 5a.\end{aligned}$$

57. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}2x + y + 2z &= a \\3x - y - 3z &= 2a \\x + 3y + z &= 3a.\end{aligned}$$

58. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}2x + y - z &= 2a + 2b \\x + y + z &= a - 2b \\3x + 2y - 5z &= 7b.\end{aligned}$$

59. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}12x^2 + 5y^2 &= 345 \\3x^2 + 7y^2 &= 138.\end{aligned}$$

60. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}ax + y &= 1 \\8x + ay &= 2.\end{aligned}$$

61. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}mx + ny &= m^2 + n^2 \\mx - ny &= m^2 - n^2.\end{aligned}$$

62. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}3x + y + z &= 2 \\x - 2y + 3z &= -3 \\x + y + z &= 6.\end{aligned}$$

63. Rešiti sistem nejednačina,

$$\begin{aligned}2(2x + 1) &> 3 - \frac{1+x}{5} \\ \frac{x-3}{9} &> 1 + \frac{2x-7}{2}.\end{aligned}$$

64. Rešiti i diskutovati sistem jednačina,

$$\begin{aligned}a^2x + y &= 1 \\8x + ay &= 2.\end{aligned}$$

65. Rešiti trigonometrijsku jednačinu $\sin 2x - \cos x = 0$.
66. Odrediti x iz jednačine $\log x = 5 \log a + 2 \log b - 4 \log c - 2 \log d$.
67. Dokazati identitet $(1 + \operatorname{tg} x)^2 + (1 - \operatorname{tg} x)^2 = \frac{2}{\cos^2 x}$.
68. Rešiti trigonometrijsku jednačinu $\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x = 2$.
69. Rešiti jednačinu $\operatorname{tg}^2 x + 13 \operatorname{ctg}^2 x - 14 = 0$.
70. Rešiti jednačinu $3 \operatorname{tg}^2 x + 3 \operatorname{ctg}^2 x - 9 = 1$.
71. Rešiti jednačinu $8^{\log 100x} - 8^{\log 10x} + 8^{\log x} = 456$.
72. Rešiti jednačinu $2a \sin^2 x + 2b \cos^2 x = (b + a) \sin 2x + (b - a) \cos 2x$.
73. Rešiti jednačinu $5 \cos 2x + 3 \sin^2 x = 3 \cos^2 x$.
74. Dokazati identitet $\frac{\operatorname{tg}^2(45^\circ + x) - 1}{\operatorname{tg}^2(45^\circ + x) + 1} = \sin 2x$.
75. Rešiti jednačinu $6 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 5 \cos^2 x = 2$.
76. Odrediti x , ako je $\log x = \frac{3}{5} \log(a + b) - \frac{4}{7} \log(a - b)$.
77. Dokazati identitet $\frac{2 \sin x \cos x - \sin(x - y)}{\cos(x - y) - 2 \sin x \sin y} = \operatorname{tg}(x + y)$.
78. Rešiti jednačinu $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg} 3x$.
79. Rešiti nejednačinu $\log_2(x^2 - 3x + 4) < 1$.
80. Rešiti jednačinu $\cos 2x - \sqrt{2} \sin x + \sin 2x = 0$.
81. Rešiti jednačinu $\log 5x - \log 16 = \log(21x - 8) - 1$.
82. Rešiti jednačinu $\frac{2x}{x + b} - \frac{x}{b - x} = \frac{b^2}{4(x^2 - b^2)}$.
83. Rešiti jednačinu $\frac{\log(35 - x^3)}{\log(5 - x)} = 3$.
84. Rešiti jednačinu $2 \sin^2 x + 4 \sin x \cdot \cos x - 4 \cos^2 x - 1 = 0$.
85. Rešiti jednačinu $\frac{x + 3}{x - 3} - \frac{x + 1}{x - 1} = 3\frac{1}{3}$.
86. Rešiti jednačinu $\log_2(x + 14) + \log_2(x + 2) = 6$.
87. Rešiti jednačinu $\frac{2y + a}{y} - \frac{2y}{y + a} = 2$.

88. Rešiti jednačinu $2 \sin x \cdot \cos x + \cos x + 2 \sin x + 1 = 0$.
89. U jednačini $3x^2 - 8x + q = 0$ odrediti parametar q tako da jedno njeno rešenje bude tri puta veće od drugog.
90. Rešiti jednačinu $\log_4(2x - 3) - 2 = 0$.
91. Logaritmovati izraz $a^3 \cdot \sqrt[6]{a^3 \cdot b^5}$.
92. Izračunati zbir prvih 12 članova niza $2, -4, 8, -16, \dots$.
93. Odrediti četiri broja koja obrazuju geometrijsku progresiju, u kojoj je zbir krajnjih članova 56, a proizvod srednjih članova 108.
94. Za funkcije $y = x^2 - mx + m - 1$ i $y = x^2 - 2x + m$, odrediti m tako da njihove ekstremne vrednosti budu jednake.
95. Odrediti aritmetičku progresiju čiji je zbir tri uzastopna člana jednak 18, a zbir kvadrata ta tri člana 126.
96. U funkciji $y = (m + 2)x^2 + (1 + m)x + m$, odrediti parametar m tako da funkcija ima maksimalnu vrednost za $x = 2$.
97. Zbir tri broja koji čine geometrijsku progresiju iznosi 21, a zbir njihovih recipročnih vrednosti je $\frac{7}{12}$. Koji su to brojevi?
98. Odrediti modul kompleksnog broja $z = \frac{(2 + i)^2}{2 + 4i}$.
99. Izračunati $y = z^2 + 2z - 3$ za $z = 2 \pm i$.
100. Odrediti p i q u funkciji $y = x^2 + px + q$, tako da za $x = 2$ funkcija ima minimum -1 .