**PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET U NIŠU Utorak, 26.06.2018.**
**DEPARTMAN ZA RAČUNARSKE NAUKE**

**PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE**

1. U jednačini , odrediti realnu vrednost broja m tako da je zbir recipročnih vrednosti rešenja te jednačine jednak .
2. Date su tačke A(1, 2), B(1, 5) i C(3, 3). Šta treba da važi za tačku D tako da ugao izmedju pravih AC i BD bude jednak 60?
3. Rešiti jednačinu po
4. Dokazati da se zbir proizvoljnih 2000 uzastopnih prirodnih brojeva završava sa 3 nule.
5. Rešiti jednačinu
6. U trapezu ABCD je zbir dužina krakova BC i AD jednak dužini osnovice CD. Dokazati da se simetrale uglova kod temena A i B seku na duži CD.

**Napomena**: Izrada zadataka traje 120 minuta.

Pri izradi zadataka rešenja ispisati detaljno.

Rešenja:

1. Prema uslovu zadatka rešenja jednačine zadovoljavaju sledeći uslov

odnosno

Dalje, na osnovu Vijetovih formula za rešenja jednačine važi

Dakle rešenja jednačine zadovoljavaju sledeće

Zamenom u (\*) dobijamo

odnosno .

1. Koeficijent pravca prave koja prolazi kroz tacke A i C je . Oznacimo koeficijent pravca prave koja prolazi kroz B i D sa . Da bi ugao izmedju pravih AC i BD bio , imamo da vazi:

- u jednom slucaju , odakle se dobija da je . Kako tacka B pripada pravoj BD imamo da vazi odakle je . Resenje su sve tacke koje pripadaju pravoj izuzev tacke B.

- u drugom slucaju , odakle se dobija da je . Kako tacka B pripada pravoj BD imamo da vazi odakle je . Resenje su sve tacke koje pripadaju pravoj izuzev tacke B.

1. Na osnovu osobina logaritamske funkcije imamo da važi

Primenom ovih osobina na datu jednačinu dobijamo

Vrednost nije rešenje date jednačine jer sva rečenja jednačine moraju da ispine sledeći uslov

Dakle data jednačina ima jedno rešenje a to je

1. Traženi zbir ima oblik

Kako je broj neparan, on nije deljiv sa 10, pa je ovaj zbir deljiv sa 1000 a nije sa 10000, tj. Završava se sa 3 nule.

1. Na osnovu formule

imamo

Dakle polazna jednačina

Je ekvivalentna sa

Tj

pri čemu je

Neka je E tačka na duži CD, tako da je BC = BE i AD = DE (ova tačka postoji zbog uslova da je BC + AD = CD) i neka su uglovi trapeza kod temena A, B, C i D, redom, α, β, γ i δ.

Kako je ABCD trapez, to je , kao i .

Trougao ΔDAE je jednakokraki, pa je . Dakle, prava određena sa AE je simetrala ugla kod temena A. Analogno je BE simetrala ugla kod temena B, pa se, dakle, simetrale uglova na osnovici seku u tački E, tj. na duži CD.