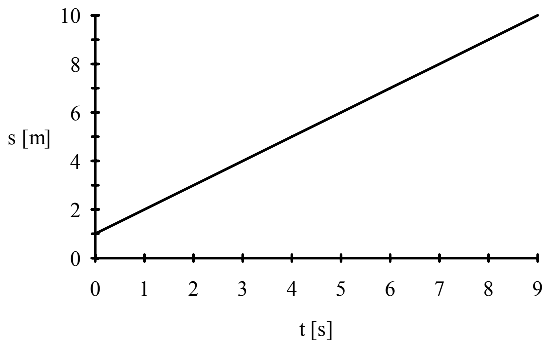
ЗАДАЦИ ИЗ ФИЗИКЕ ПРЕДВИЂЕНИ ЗА ТЕСТ НА ПРИЈЕМНОМ ИСПИТУ

1. Наносећи на апсцису време у $[s]$, а на ординату пређени пут у $[m]$, нацртај график функције $s = 1 + t$. Колика је брзина кретања? Колики је почетни пут?

Решење:

$v = 1$ [m/s]; $s_0 = 1$ [m]



2. Аутомобил прелази прву трећину пута брзином v_1, а остали део пута брзином $v_2 = 50$ [km/h]. Одреди средњу брзину на првој трећини пута, ако је средња брзина на укупном пређеном путу $\bar{v} = 37{,}5$ [km/h].

Решење:

Ако је s укупни пут, $s_1 = \frac{1}{3}s$, $s_2 = \frac{2}{3}s$.

Средња брзина је количник укупног пута и времена за који аутомобил пређе тај пут: $\bar{v} = \frac{s}{t}$. Време за које аутомобил пређе пут s је $t = t_1 + t_2$, где је $t_1 = \frac{s_1}{v_1}$, а $t_2 = \frac{s_2}{v_2}$. Према томе је $\frac{s}{\bar{v}} = \frac{1}{3}\frac{s}{v_1} + \frac{2}{3}\frac{s}{v_2}$. Одавде је,

$$v_1 = \frac{\bar{v} \cdot v_2}{3v_2 - 2\bar{v}} = \frac{37{,}5[\mathrm{km/h}] \cdot 50[\mathrm{km/h}]}{3 \cdot 50[\mathrm{km/h}] - 2 \cdot 37{,}5[\mathrm{km/h}]} = 25 \text{ [km/h]}.$$

3. У почетном тренутку тело A се налази 60 [km] удаљено од тачке M и започиње равномерно праволинијско кретање ка тој тачки, брзином од 30[km/h]. Тело B се у почетном тренутку налази у тачки M, из које започиње равномерно кретање брзином од 20 [km/h], по истој праволинијској путањи као и тело A, удаљавајући се од њега. За које време ће се оба тела налазити једнако удаљена од тачке M и колика ће бити та удаљеност?

Решење:

$s_A = 60$ [km] – 30 [km/h]·t [h], $s_B = 20$[km/h]·t [h]; $s_A = s_B = s$, $t = 1{,}2$ [h].
$s = 20$ [km/h]·1,2 [h] = 24 [km].

4. Мотоциклиста је прешао 90 [km] за прва два часа вожње. Следећа три часа је возио брзином од 50 [km/h]. Колика је средња брзина на укупном пређеном путу?

Решење:

$$s_1 = 90\ [\text{km}],\ s_2 = 3\ [\text{h}]\cdot 50\ [\text{km/h}] = 150\ [\text{km}];\ t = t_1 + t_2 = 5\ [\text{h}].$$

$$\overline{v} = \frac{90[\text{km}] + 150[\text{km}]}{5[\text{h}]} = 48\ [\text{km/h}].$$

5. Убрзање тела је $a = -3\ [\text{m/s}^2]$. а) Колика је брзина тела након $8\ [\text{s}]$, ако је почетна брзина $24\ [\text{m/s}]$? б) Колика је брзина тела након $12\ [\text{s}]$ и какав смисао има добијено решење?

Решење:

а) $v = v_0 - a\cdot t = 24\ [\text{m/s}] - 3[\text{m/s}^2]\cdot 8\ [\text{s}] = 0\ [\text{m/s}]$,

б) $v = v_0 - a\cdot t = 24\ [\text{m/s}] - 3[\text{m/s}^2]\cdot 12\ [\text{s}] = -12\ [\text{m/s}]$.
У случају а) тело се зауставља, а у случају б), тело се након заустављања креће у супротном смеру, равномерно убрзано и има тренутну брзину $12\ [\text{m/s}]$.

6. Тело које слободно пада из мировања, на крају прве половине пута достигне брзину $v_1 = 20\ [\text{m/s}]$. Колика је брзина тела на крају падања? Колико дуго је тело падало? Са колике је висине пало? (За убрзање силе Земљине теже узети $g \approx 10\ [\text{m/s}^2]$).

Решење:

Пређени пут је једнак:
$s_1 = \frac{h}{2}$,где је h висина са које је тело пало; $v_1 = g\cdot t_1$,
$t_1 = \frac{v_1}{g} = \frac{20[\text{m/s}]}{10[\text{m/s}^2]} = 2\ [\text{s}],\ s_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 = 20\ [\text{m}],\ h = 40\ [\text{m}],\ v = \sqrt{2gh} = 20\sqrt{2} = 28{,}2\ [\text{m/s}]$,
$t = \frac{v}{g} = 2{,}82\ [\text{s}]$.

7. Аутомобил масе 3 тоне, убрза се полазећи из мировања по хоризонталном путу, у току $10\ [\text{s}]$, вучном силом од $3\ [\text{kN}]$. Затим се угаси мотор, а аутомобил настави да се креће. Одреди: а) Колико је убрзање аутомобила? б) Колику брзину постиже са тим убрзањем? в) На коме растојању од почетне тачке кретања се зауставља? Коефицијент трења је $\mu = 0{,}020$.

Решење:

У вертикалном смеру наниже делује сила тежа, $G = m\cdot g$. Сила тежа је уравнотежена силом отпора подлоге Q. Хоризонтално делује вучна сила F, а супротно вучној сили, делује сила трења $F_t = \mu mg$. Резултанта тих сила је $F_R = F - F_t$ и та резултанта даје аутомобилу убрзање a_1: $F_R = m\cdot a_1$. Крећући се убрзано, аутомобил пређе пут s_1. На крају тог пута постигне брзину $v_1 = v_0 + a_1\cdot t_1$. Како је $v_0 = 0$, $v_1 = a_1\cdot t_1$, средња брзина на путу s_1 је:

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v_1}{2} = \frac{1}{2}v_1 \text{ , па је према томе } s_1 = \frac{1}{2}v_1 \cdot t_1 .$$

$$a_1 = \frac{F - \mu mg}{m} = \frac{3\cdot 10^3[N] - 2\cdot 10^{-2}\cdot 3\cdot 10^3[kg]\cdot 10[m/s^2]}{3\cdot 10^3[kg]} = 0{,}8 \ [m/s^2],$$

$$v_1 = 0{,}8\ [m/s^2]\cdot 10\ [s] = 8\ [m/s],\ \ \bar{v} = 4\ [m/s],\ \ s_1 = 40\ [m].$$

Укупни пређени пут је $s = s_1 + s_2$. Пут s_2 аутомобил прелази крећући се успорено (са угашеним мотором), до заустављања: $s_2 = \frac{1}{2}a_2 \cdot t_2^2$, где је a_2 успорење. Коначна брзина $v_2 = v_1 - a_2 \cdot t_2 = 0$, одакле је $t_2 = \frac{v_1}{a_2}$. Ако нема вучне силе, $F_R = F_t = m\cdot a_2 = \mu\cdot m\cdot g$, $a_2 = \mu\cdot g = 0{,}2\ [m/s^2]$; $\quad t_2 = \frac{a_1 t_1}{a_2} = \frac{a_1 t_1}{\mu g} = \frac{0{,}8[m/s^2]\cdot 10[s]}{2\cdot 10^{-2}\cdot 10[m/s^2]} = 40\ [s].$

Пут $s_2 = 160\ [m]$, а $s = 40\ [m] + 160\ [m] = 200\ [m]$.

8. Одреди корисну снагу водене турбине степена корисног дејства 90%, ако вода у њу улази брзином од 6 [m/s] а излази брзином од 1 [m/s], на нивоу који се налази 4 [m] испод улазног нивоа. Проток воде је 20 [m^3/s]. Густина воде је $\rho = 10^3\ [kg/m^3]$.
(За убрзање Земљине теже узети $g \approx 10\ [m/s^2]$).

Решење:

Снага турбине је једнака промени енергије воде у јединици времена: $P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$. Корисна снага је по дефиницији $P_\eta = \eta\cdot P$, где је η коефицијент корисног дејства. Промена енергије једнака је суми промене кинетичке енергије и промене потенцијалне енергије воде која пада: $\Delta E = \frac{1}{2}mv_u^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 + mgh$.
Овде је m маса воде, v_u улазна брзина, v_i излазна брзина, а h разлика висина улазног и излазног нивоа. Веза између масе m, густине ρ и запремине V, дата је изразом: $m = \rho\cdot V$.
Промена енергије може да се напише као:

$$\Delta E = \frac{1}{2}\rho V v_u^2 - \frac{1}{2}\rho V v_i^2 + \rho V g h = \frac{1}{2}\rho V(v_u^2 - v_i^2 + 2gh),$$

а снага је тада једнака: $P = \frac{1}{2}\rho V_t (v_u^2 - v_i^2 + 2gh)$,

где је $V_t = \frac{V}{\Delta t}$ *проток*.

$$P = \frac{1}{2}10^3[kg/m^3]\cdot 20[m]^3\cdot(36[m/s]^2 - 1[m/s]^2 + 2\cdot 10[m/s^2]\cdot 4[m])$$

$$P = 1{,}15\ [MW].$$

Будући да је $\eta = 0{,}9$, (90%), $\ \ P_\eta = 0{,}9\ P = 1{,}035\ [MW]$.

9. Тело масе 2 [kg] пада из мировања са висине од 20 [m] и у тренутку удара о тло, има брзину од 15 [m/s]. Колики је рад силе отпора ваздуха?

Решење:

Рад тела које пада са висине h једнак је промени потенцијалне енергије: $A = mgh = 2\ [kg] \cdot 10\ [ms^{-2}] \cdot 20\ [m] = 400\ [J]$. Промена потенцијалне енергије била би једнака промени кинетичке енергије тела које пада, када не би било отпора ваздуха. Део кинетичке енергије троши се на савладавање силе отпора ваздуха. Промена кинетичке енергије је:

$$\Delta E = \frac{1}{2} m v_k^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_k^2 = \frac{1}{2} \cdot 2[kg] \cdot 225[m/s]^2 = 225\ [J],$$

јер је почетна брзина $v_0 = 0$ [m/s], а коначна брзина $v_k = 15$ [m/s].
Разлика $A - \Delta E = 400\ [J] - 225\ [J] = 175\ [J]$, представља рад силе отпора ваздуха.

10. Колика је угаона и линијска брзина тачака на површини Земље а) на екватору? б) на географској ширини 45^0. Полупречник Замље је $R \approx 6{,}4 \cdot 10^6$ [m].

Решење:

Период ротације Замље је T = 24 [h] или T = 86400 [s].
Угаона брзина је:

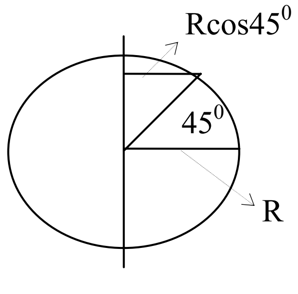
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6{,}28[rad]}{86400[s]} = 7{,}26 \cdot 10^{-5}\ [rad/s]$$

и иста је за све тачке на површини Земље.
Линијска брзина за тачке на екватору је:

$$v_E = R \cdot \omega = 6{,}4 \cdot 10^6\ [m] \cdot 7{,}26 \cdot 10^{-5}\ [rad/s] = 464{,}6\ [m/s],$$

а за тачке на географској ширини 45^0,

$$v_{45} = R \cdot \cos 45^0 \cdot \omega = 328{,}5\ [m/s].$$



11. Под дејством силе од 100 [N], жица дужине 5 [m] и повр-шине попречног пресека 2,5 [mm^2], истегне се за 1 [mm]. Одре-дити нормални напон који трпи жица и Јунгов модуо еластичности.

Решење:

Нормални напон једнак је сили F која делује на јединицу површине S:

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{100[N]}{2{,}5\cdot 10^{-6}[m^2]} = 4\cdot 10^7\left[\frac{N}{m^2}\right].$$

Релативно издужење жице је пропорционално нормалном напону: $\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E_y}\frac{F}{S}$. Овде је Δl апсолутно издужење жице, l је дужина жице, а E_y, Јунгов модуо еластичности. Према томе,

$$E_y = \frac{F}{S}\cdot\frac{l}{\Delta l} = 4\cdot 10^7\left[\frac{N}{m^2}\right]\cdot\frac{5}{10^{-3}} = 2\cdot 10^{11}\left[\frac{N}{m^2}\right]$$

12. Колики је однос релативних издужења двеју жица од истог материјала при једнаком оптерећењу, ако су дужина и пречник попречног пресека једне од њих, два пута већи него друге. Колики је однос њихових апсолутних издужења? Сматра се да је тежина жица занемарљива у односу на оптерећење.

Решење:

Релативно издужење дебље жице је:

$$\frac{\Delta l_1}{l_1} = \frac{1}{E_y}\frac{F}{S_1} \text{ , где је } S_1 = \left(\frac{2d}{2}\right)^2\cdot\pi \text{ .}$$

Релативно издужење тање жице је:

$$\frac{\Delta l_2}{l_2} = \frac{1}{E_y}\frac{F}{S_2} \text{ , где је } S_2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2\cdot\pi \text{ .}$$

Са d је означен пречник пресека тање жице.

$$\frac{\Delta l_1}{l_1}:\frac{\Delta l_2}{l_2} = \frac{1}{S_1}:\frac{1}{S_2} = \frac{1}{4}.$$

Према томе, $\frac{\Delta l_2}{l_2} = 4\frac{\Delta l_1}{l_1}$, $\frac{\Delta l_2}{\Delta l_1} = 4\frac{l_2}{2l_2} = 2$.

13. Колика треба да је површина попречног пресека бакарне шипке дужине 5 [m], да се при оптерећењу од 480 [N] не би издужила више од 1 [mm]. Да ли шипка може да издржи толико оптерећење, ако је граница кидања за бакар при нормалном напону $\sigma = 2{,}2\cdot 10^8$ [N/m^2], а Јунгов модуо еластичности $E_y = 1{,}2\cdot 10^{11}$ [N/m^2]? (Тежина шипке не узима се у обзир.)

Решење:

Захтева се да буде $\Delta l \leq 10^{-3}$ [m], $\frac{\Delta l}{l} \leq \frac{10^{-3}}{5} = 2 \cdot 10^{-4}$. Релативно издужење дато је изразом:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E_y}\frac{F}{S}$$

према томе треба да буде $\frac{1}{E_y}\frac{F}{S} \leq 2 \cdot 10^{-4}$,

Дакле потребно је да површина попречног пресека шипке буде:

$$S \geq \frac{F}{2 \cdot 10^{-4} E_y} = \frac{480[\mathrm{N}]}{2 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{11}[\mathrm{N/m^2}]} = 2 \cdot 10^{-5}[\mathrm{m^2}]$$

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{480[\mathrm{N}]}{2 \cdot 10^{-5}[\mathrm{m^2}]} = 2{,}4 \cdot 10^7[\mathrm{N/m^2}],$$

што је мање од нормалног напона границе кидања за бакар.

14. Колика треба да буде сила оптерећења, да би се опруга продужила еластичном деформацијом за 4 [cm]. Крутост опруге је $k = 1000$ [N/m]. Колика је потенцијална енергија опруге при оваквој еластичној деформацији?

Решење:

а) Сила која враћа опругу у стање равнотеже, (реституциона сила), је: $F = - k \cdot \Delta s$, где је Δs продужење опруге, а k крутост опруге; предзнак (-) показује да сила делује супротно смеру продужења опруге. По износу, ова сила је једнака сили оптерећења. Потребна је сила оптерећења

$$F = 1000 \text{ [N/m]} \cdot 0{,}04 \text{ [m]} = 40 \text{ [N]}.$$

б) Потенцијална енергија је:

$$E_p = \frac{1}{2}k\Delta s^2 = \frac{1}{2}1000[\mathrm{N/m}] \cdot (4 \cdot 10^{-2})^2[\mathrm{m^2}] = 0{,}8[\mathrm{J}].$$

15. Тег масе $m = 0{,}20$ [kg], обешен о опругу, изврши 30 осци-лација у минути, са амплитудом $A = 0{,}10$ [m]. Одредити крутост опруге и кинетичку енергију тега у тренутку $T/6$ од проласка кроз положај равнотеже.

Решење:

Период осциловања тега је:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \ ,$$

где је m маса тега, а k - крутост опруге. Учестаност осциловања је једнака:

$$\upsilon = \frac{30\text{осцлација}}{60[\mathrm{s}]} = \frac{1}{2}[\mathrm{Hz}].$$

Период је $T = \frac{1}{\nu} = 2[\mathrm{s}]$, па је крутост опруге:

$$k = \frac{4\pi^2 \cdot m}{T^2} = \pi^2 \cdot m = 1{,}97[N/m].$$

Угаона брзина (или "кружна" учестаност) је једнака:

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi\frac{1}{T} = 2\pi[\mathrm{rad}]\frac{1}{2[\mathrm{s}]} = \pi[\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}].$$

У тренутку $t = T/6$, од проласка тега кроз положај равнотеже, фаза је:

$$\varphi = \omega \cdot t = \omega \cdot \frac{T}{6} = \pi\frac{[\mathrm{rad}]}{[\mathrm{s}]}\frac{2[\mathrm{s}]}{6} = \frac{\pi}{3}[\mathrm{rad}],$$

а брзина осциловања ,

$$v = A\omega\cos(\omega t) = 0{,}1[\mathrm{m}]\pi[\mathrm{rad/s}]\cos 60^0 = 0{,}157[\mathrm{m/s}].$$

Кинетичка енергија у датом тренутку је $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = 2{,}46 \cdot 10^{-3}[\mathrm{J}]$.

16. Математичко клатно дужине $99{,}5\ [\mathrm{cm}]$, изврши 30 пуних осцилација у минути. Одредити период осциловања клатна и убрзање слободног падања на месту на коме се налази клатно.

Решење:

Учестаност осциловања клатна је

$$\nu = \frac{30\text{осцилација}}{60[\mathrm{s}]} = \frac{1}{2}[\mathrm{Hz}],$$

па је период $T = \frac{1}{\nu} = 2[\mathrm{s}]$.

Период осциловања математичког клатна је дат изразом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\ ,$$

где је l дужина клатна, а g убрзање слободног падања. Према томе је

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot l}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0{,}995[\mathrm{m}]}{4[\mathrm{s}^2]} = 9{,}81\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]$$

17. Одредити таласну дужину таласа учестаности 200 [Hz], ако је брзина простирања таласа 340 [m/s]. Одредити брзину звука у води, ако извор осцилује са периодом 0,0020 [s] и побуђује у води таласе, таласне дужине 2,9 [m].

Решење:

Таласна дужина дата је изразом: $\lambda = \frac{v}{\nu}$, где је v брзина простирања таласа, а ν учестаност осциловања извора таласа. Према томе:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{340[m/s]}{200[s^{-1}]} = 1{,}7[m] \ .$$

У води је $\lambda = \frac{v_h}{\nu}$, где је v_h брзина простирања звука у води, а $T=1/\nu$ период осциловања. Брзина простирања звука у води је:

$$v_h = \frac{\lambda}{T} = \frac{2{,}9[m]}{0{,}0020[s]} = 1450[\frac{m}{s}].$$

18. Одреди растојање између најближих тачака прогресивног таласа које леже на истом правцу и осцилују у фази, ако је брзина простирања таласа 5000 [m/s], а учестаност 100 [Hz].

Решење:

Тражено растојање је по дефиницији таласна дужина:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{5000[m/s]}{100[s^{-1}]} = 50[m].$$

19. Брзина звука у ваздуху може да се одреди по формули $v = 332\sqrt{1+\alpha t}$ [m/s], где је $\alpha = 1/273$ $[^0C]^{-1}$, а t је температура ваздуха изражена у Целзијусовим степенима. Наћи брзину звука у ваздуху на температурама 0 $[^0C]$, 15 $[^0C]$ и 20 $[^0C]$.

Решење:

$v_0 = 332$ [m/s], $v_{15} = 341$ [m/s] и $v_{20} = 343{,}9$ [m/s]

20. Наћи сопствену фреквенцију осциловања челичне струне, дужине $l = 0{,}5$ [m] и дијаметра попречног пресека d = 1 [mm], ако је интензитет силе затезања струне F = 2,5 [N]. Густина челика је $\rho = 7800$ $[kgm^{-3}]$.

Решење:

Деловањем силе затезања формира се стојећи талас чија је највећа могућа таласна дужина $\lambda_0 = 2l$, а одговарајућа сопствена фреквенција $\nu_0 = c/\lambda_0$, где је c брзина простирања таласа струном. Спектар фреквенција сопственог осциловања је $\nu = \nu_0 \cdot n$, где је n цео број. Брзина простирања таласа кроз струну дата је изразом:

$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}},$$

где је F сила затезања струне, а $\mu = m/l$ је "подужна маса". Брзина таласа је:

$$c = \sqrt{\frac{Fl}{\rho V}} = \sqrt{\frac{4Fl}{\rho l d^2 \pi}} = \frac{2}{d}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}.$$

Према томе, сопствена фреквенција је једнака:

$$\nu_0 = \frac{1}{ld}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}} = 20{,}2 \text{ [Hz]}.$$

21. За колико треба да се повећа висина у односу на ниво морске површине, да би се атмосферски притисак променио за 1 [torr]? За колико се промени атмосферски притисак ако се висина повећа за 100 [m] у односу на ниво морске површине? Температура ваздуха је $0[^0C]$, густина ваздуха на $0[^0C]$ је $\rho_a = 1{,}29$ [kg/m^3], а густина живе $\rho_{Hg} = 13595$ [kg/m^3]. Предпоставља се да је промена температуре као и промена густине ваздуха занемарљива у посматраном опсегу висина.

Решење:

Промена притиска од 1 [torr], очитава се на барометру при температури $0[^0C]$ као промена висине стуба живе од 1 [mm]. Хидростатички притисак флуида је једнак: $p = \rho g h$, где је ρ густина флуида, g убрзање силе теже на датој локацији, а h висина стуба флуида који врши притисак. Промена притиска Δp која одговара промени стуба живе за $\Delta h = 1$ [mm] је једнака:

$$\Delta p = \rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h = 13595 \text{ [kg/m}^3] \cdot 9{,}81 \text{ [m/s}^2] \cdot 0{,}001 \text{ [m]} = 133{,}37 \text{ [Pa]}.$$

Атмосферски притисак на висини H изнад површине Земље (уколико је густина ваздуха до те висине константна) дат је изразом: $p = p_0 + \rho_a \cdot g \cdot H$, где је p_0 нормални атмосферски притисак на нивоу морске површине. Висина H на којој долази до промене притиска $p_0 - p = \Delta p$, је једнака:

$$H = \frac{p_0 - p}{\rho_a g} = \frac{\Delta p}{\rho_a g} = \frac{133{,}37 \text{[Pa]}}{1{,}29 \text{[kg/m}^3] \cdot 9{,}81 \text{[m/s}^2]} = 10{,}5 \text{ [m]}.$$

На основу горње релације за висину $H_1 = 100$ [m], вреди:

$$p_0 - p = H_1 \rho_a g = 100 \text{ [m]} \cdot 1{,}29 \text{ [kg/m}^3] \cdot 9{,}81 \text{ [m/s}^2] = 1265{,}5 \text{ [Pa]}.$$

22. Колики би био атмосферски притисак на висини $H = 8000$ [m], ако се температура ваздуха не би мењала од нивоа површине мора до те висине?

Решење:

Због промене густине ваздуха са висином, атмосферски притисак се мења по *барометарској формули*:

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{H}{8000}},$$

где је $p_0 = 1{,}013 \cdot 10^5$ [Pa], нормални атмосферски притисак, H, висина изражена у метрима, а $e = 2{,}718$, база природног логаритма. За $H = 8000$ [m], барометарска формула може да се напише у облику:

$$p = \frac{p_0}{e} = \frac{1{,}013 \cdot 10^5 [\mathrm{Pa}]}{2{,}718}$$, одакле је $p \approx 0{,}373 \cdot 10^5$ [Pa].

23. Ако се на клип веће површине хидрауличне пресе стави терет масе од 1 тоне колики терет треба да се стави на клип мање површине, да би преса била у равнотежи? Полупречник веће површине је $r_1 = 28$ [cm], а мање површине $r_2 = 2$ [cm].

Решење:

Према Паскаловом закону, притисак се кроз течност преноси подједнако у свим правцима. Притисак силе теже $p_1 = G_1/S_1$, на површину $S_1 = r_1^2\pi$, једнак је притиску $p_2 = G_2/S_2$ на површину $S_2 = r_2^2\pi$. Изједначавањем притисака добија се:

$$\frac{G_1}{S_1} = \frac{G_2}{S_2}.$$

Будући да је $G = mg$, маса којом се преса доводи у равнотежу је:

$$m_2 = \frac{r_2^2\pi}{r_1^2\pi} m_1 = \left(\frac{2}{28}\right)^2 1000[\mathrm{kg}] = 5{,}1 \ [\mathrm{kg}].$$

24. Колика је тежина воде која делује на батискаф на дубини $d = 100$ [m]? Површина хоризонталног пресека трупа батискафа је $S = 80$ [m^2]. Густина морске воде је $\rho = 1025$ [kg/m^3] ?

Решење:

Запремина масе воде изнад батискафа је:

$$V = Sd = 80 \ [\mathrm{m}^2] \cdot 100 \ [\mathrm{m}] = 8000 \ [\mathrm{m}^3],$$

па је тежина те масе морске воде:

$$G = \rho V g = 1025 \ [\mathrm{kg/m}^3] \cdot 8000 \ [\mathrm{m}^3] \cdot 9{,}81 \ [\mathrm{m/s}^2] = 80{,}44 \cdot 10^6 \ [\mathrm{N}].$$

25. Два цилиндрична суда, једнаких површина базе, напуњена су водом, један до висине $h_1 = 25$ [cm], а други до висине $h_2 = 45$ [cm]. Полупречник базе је једнак 10 [cm]. Ако се судови споје, нивои воде у њима се изједначе. Колики рад изврши сила тежа при изједначавању нивоа воде ?

Решење:

Изједначавањем нивоа, висина воде у сваком од судова се промени за:

$$\Delta h = \frac{h_2 - h_1}{2}\ .$$

У суду који је био напуњен до висине h_2, маса воде се спусти под дејством силе теже за Δh. Рад који изврши сила тежа је једнак:

$$\Delta A = G\Delta h,$$

где је G сила тежа. Помоћу густине ρ и запремине V, маса воде може да се изрази као $m = \rho V$. Сила тежа, (тежина воде масе m), је једнака: $G = \rho Vg$, где је $\rho = 1000$ [kg/m^3] густина воде, а $g = 9{,}81$ [m/s^2], убрзање силе теже. Запремина воде масе m једнака је

$$V = S\Delta h = S\frac{h_2 - h_1}{2}, \text{ а рад силе теже је: } \Delta A = \rho g S\frac{(h_2 - h_1)^2}{4}.$$

Уврштавањем задатих вредности добија се

$$\Delta A = 10^3[\mathrm{kg/m^3}]\cdot 9{,}81[\mathrm{m/s^2}]\cdot(0{,}10)^2[\mathrm{m}]^2\,\pi\cdot(0{,}20)^2[\mathrm{m^2}]\cdot 0{,}25 = 3{,}08\ [\mathrm{J}].$$

26. Сферни балон чији је полупречник $R = 9$ [m], напуњен је хелијумом. Корпа и конопци за везивање корпе, имају укупно масу $m = 150$ [kg]. Колика је највећа маса терета који може да понесе балон? Густина хелијума је $\rho_{He} = 0{,}16$ [kg/m^3], а ваздуха $\rho_a = 1{,}25$ [kg/m^3].

Решења:

Сила потиска F_p која подиже балон једнака је тежини балоном истиснутог ваздуха G_a. (При томе се занемарује тежина ваздуха истиснутог помоћном опремом и теретом). Сила потиска треба да буде већа од укупне тежине коју чине: тежина хелијума $m_{He}\cdot g$, тежина корпе и конопаца $m\cdot g$ и тежина терета $M\cdot g$.

$$F_p \geq (m_{He} + m + M)g,$$

где је m_{He} маса хелијума, m, маса корпе и конопаца, M, маса терета, а $g = 9{,}81$ [m/s^2], убрзање силе теже. Највећа маса терета коју може да понесе балон је:

$$M = \frac{F_p - (m_{He} + m)g}{g}$$

Запремина балона је једнака:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\cdot 9^3[\mathrm{m^3}] = 3052\ [\mathrm{m^3}].$$

Тежина балоном истиснутог ваздуха једнака је:

$$m_a g = \rho_a V g = 1{,}25\ [\mathrm{kg/m^3}]\cdot 3052\ [\mathrm{m^3}]\cdot 9{,}81\ [\mathrm{m/s^2}] = 37425\ [\mathrm{N}],$$

што је и износ силе потиска, F_p. Тежина хелијума у балону је:

$$m_{He}g = \rho_{He}Vg = 0{,}16\ [kg/m^3]\cdot 3052\ [m^3]\cdot 9{,}81\ [m/s^2] = 4790\ [N].$$

За масу терета се добија:

$$M = \frac{37425[N] - (4790 + 150[kg]\cdot 9{,}81[m/s^2])}{9{,}81[m/s^2]} = 3177\ [kg].$$

27. Ако је густина морске воде $\rho_h = 1025\ [kg/m^3]$, а густина леда, $\rho = 917\ [kg/m^3]$, колики се део од ледене громаде налази изнад површине воде?

Решење:

Budu}i da gromada pliva, sila potiska je jednaka te`ini gromade,

$$F_p = \rho Vg,$$

где је ρ густина леда, V запремина громаде, $g = 9{,}81\ [m/s^2]$ убрзање силе теже. Запремина дела громаде који је испод воде и запремина истиснуте воде је једнака $V - V_0$, где је V_0 запремина дела громаде изнад воде. С друге стране, сила потиска је једнака тежини громадом истиснуте воде:

$$F_p = \rho_h(V-V_0)g.$$

$\rho Vg = \rho_h(V-V_0)g$, одакле је

$$\frac{V_0}{V} = 1 - \frac{917[kg/m^3]}{1025[kg/m^3]} = 0{,}105\ ,$$

дакле, $10{,}5\%$ ледене громаде је изнад воде.

28. Дијаметар отвора капиларне цеви је $0{,}20\ [mm]$. Израчунати колико се подигне ниво воде, а колико се спусти ниво живе у њој, на собној температури? Коефицијент површинског напона воде је $\gamma_{H_2O} = 0{,}072\ [N/m]$, а живе $\gamma_{Hg} = 0{,}470\ [N/m]$. За густину воде узети $\rho_{H_2O} = 1000\ [kg/m^3]$, а живе $\rho_{Hg} = 13600\ [kg/m^3]$.

Решење:

Вода потпуно кваси стаклене зидове суда (угао квашења је $\alpha = 0^0$), а жива не кваси стаклене зидове суда (угао квашења је $\alpha = 180^0$). Сила површинског напона једнака је: $F_p = \gamma\cdot l$, где је l дужина линије која раздваја слободну површину течности од зида суда. За суд кружног отвора дијаметра d, $l = d\cdot\pi$. Према томе, $F_p = \gamma\cdot d\cdot\pi$. У равнотежи, вертикална компонента силе површинског напона $F_v = F_p \cos\alpha$, једнака је тежини стуба воде у капилари: $F_v = G$, или $F_p \cos\alpha = mg$. Маса стуба течности је: $m = \rho\cdot V = \rho\cdot S\cdot h\cdot g$, где је V запремина стуба течности висине h у капилари, а S површина попречног пресека капиларе. Дакле: $\gamma\cdot l \cos\alpha = \rho\cdot S\cdot h\cdot g$, па је:

$$h = \frac{l\gamma}{\rho g S}\cos\alpha$$

За воду је: $h_{H_2O} = \dfrac{l\gamma_{H_2O}}{\rho_{H_2O} gS} = \dfrac{d\pi\gamma_{H_2O}}{\rho_{H_2O} g \dfrac{d^2\pi}{4}} = 0{,}146\ [\mathrm{m}] = 14{,}6\ [\mathrm{cm}]$

За живу је: $h_{Hg} = -\dfrac{l\gamma_{Hg}}{\rho_{Hg} gS} = -\dfrac{d\gamma_{Hg}}{\rho_{Hg} g \dfrac{d^2}{4}} = -0{,}07\ [\mathrm{m}] = -7\ [\mathrm{cm}]$

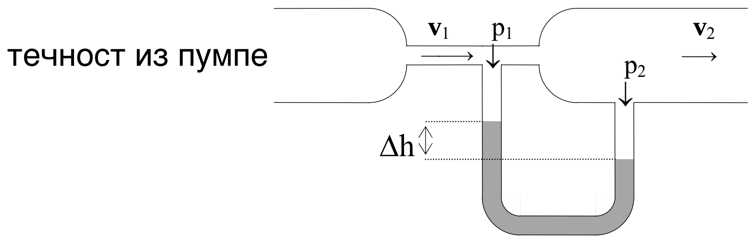
29. У цев која је сужена у средини пумпа се течност која даље струји стационарним током. Површина попречног пресека ужег дела цеви је $S_1 = 1\ [\mathrm{cm}^2]$. Површина попречног пресека ширег дела цеви је $S_2 = 5\ [\mathrm{cm}^2]$. Течност која је из суженог дела цеви ушла у шири део цеви, струји кроз шири део цеви брзином $v_2 = 24\ [\mathrm{cm/s}]$. Између ужег и ширег дела цеви прикључен је манометар. Колика је разлика нивоа живе у цевима манометра?

Решење:

У посматраном случају може да се примени Бернулијева једначина за хоризонтално протицање флуида:

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}\text{ , одакле је}$$

$$p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_2^2).$$



Густина течности означена је симболом ρ. За стационарно струјање флуида *проток* је константан:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 = \mathrm{const}.$$

Према томе, брзина у ужем делу цеви је једнака:

$$v_1 = \frac{S_2}{S_1} v_2 = 5 \cdot 24 [\mathrm{cm/s}] = 120\ [\mathrm{cm/s}].$$

Разлика притисака очитава се помоћу разлике висина стубова живе у цевима манометра:

$$p_2 - p_1 = \rho g \Delta h\text{, одакле је } \Delta h = \frac{p_2 - p_1}{\rho g}.$$

Узимајући за убрзање силе теже $g = 9{,}81\ [\mathrm{m/s^2}]$, за разлику висина се добија:

$$\Delta h = \frac{(v_1^2 - v_2^2)}{2g} = \frac{(120^2 - 24^2)[cm/s]^2}{2 \cdot 981[cm/s^2]} = 7{,}045 \ [cm].$$

30. Цилиндрични суд напуњен је водом до висине од 50 [cm]. На зиду суда налазе се два једнака отвора, један на висини 10 [cm], а други на висини 20 [cm], од дна суда. Колики је однос маса воде које за једну секунду од почетка истицања, истекну кроз отворе?

Решење:

Проток течности једнак је запремини течности која прође кроз попречни пресек тока у јединици времена:

$$\frac{V}{t} = Sv.$$

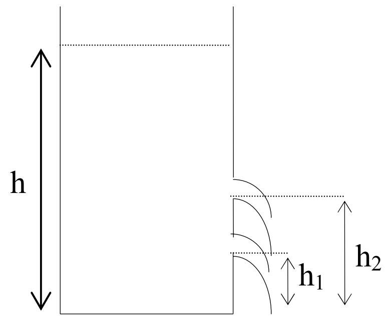
Проток кроз нижи отвор је:

$$\frac{V_1}{t} = Sv_1, \text{одакле је}, V_1 = tSv_1.$$

Проток кроз виши отвор је:

$$\frac{V_2}{t} = Sv_2, \text{ одакле је, } V_2 = tSv_2.$$

Запремина течности може да се изрази као: $V = \frac{m}{\rho}$, где је m маса течности, а ρ, густина течности.



За нижи отвор важи: $m_1 = \rho t S v_1$.
За виши отвор важи: $m_2 = \rho t S v_2$.
Према томе, однос маса које истекну из отвора за $t = 1$ [s] је:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_2}{v_1}.$$

Према Торичелијевој теореми, брзина којом истиче течност из отвора који се налази дубоко у односу на слободну површину течности, једнака је брзини слободног падања тела са висине h: $v = \sqrt{2gh}$. За задате висине $h_1 = 10$ [cm] и $h_2 = 20$ [cm],

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\sqrt{2g(h - h_2)}}{\sqrt{2g(h - h_1)}} = \sqrt{\frac{h - h_2}{h - h_1}} = \sqrt{\frac{30[cm]}{40[cm]}} = 0{,}87.$$

31. Пливач преплива реку крећући се брзином од 1 [m/s], нормално на ток реке. Река тече брзином од 1 [m/s]. Наћи ре-зултантну брзину пливача и угао који вектор те брзине затвара са вектором брзине реке.

32. Колика је дозвољена гранична брзина v приземљења па-добрана, ако човек може безопасно да падне са висине од 2 [m]. За убрзање слободног падања узети да је $g = 9{,}81$ [m/s^2].

33. Два тела истих маса леже на хоризонталној подлози, повезана једном нити која је паралелна подлози. Нит може да издржи затезање силе од 2 [N]. Колику хоризонтално усмерену силу треба применити на једно од тела, да би се нит прекинула?

34. Тежина тела је 9,81 [N]. Колика је маса тела?

35. Тег се подигне деловањем сталне силе од 25 [N] на висину од 6 [m]. а) Колики се рад изврши? б) Колики део рада се утроши на промену потенцијалне енергије тега, а колики на кинетичку енергију тега? Тежина тега је $G = 10$ [N].

36. Сталном силом од 20 [N], тег се подигне на висину од 10 [m]. Колики се рад изврши?

37. Ако је маса тела 10 [kg], а тело се деловањем сталне силе подигне на висину од 10 [m], колика ће бити потенцијална енергија саопштена телу?

38. На коју висину може пумпа снаге $2{,}0 \cdot 10^3$ [kW], да подигне 400 [m^3] воде за 1 минут рада? Густина воде је 1000 [kg/m^3].

39. Наћи средњу угаону брзину вештачког сателита, ако је период његовог кретања по кружној орбити око Земље 104 минута и 30 [s].

40. Наћи линијску брзину којом Земља кружи око Сунца, ако је средњи полупречник њене орбите $\approx 1{,}5 \cdot 10^8$ [km].

41. Која је димензија модула еластичности? У којим јединицама се изражава у Међународном систему јединица (SI) ?

42. Од којих величина зависи релативно издужење тела, које настаје еластичном деформацијом?

43. При истезању бакарне жице површине попречног пресека 4,0 [mm^2], заостала деформација се јавља ако примењена сила пређе 320 [N]. Колики нормални напон одговара граници еластичности?

44. Колики је период осциловања математичког клатна дужине 81 [cm], у лифту који се спушта убрзањем $a = 0{,}81$ [m/s^2]. За убрзање силе теже узети $g = 9{,}81$ [m/s^2].

45. Колико треба да је убрзање лифта који се спушта, да у њему математичко клатно престане да осцилује? За убрзање силе теже узети $g = 9{,}81$ [m/s^2].

46. У ком опсегу учестаности механички талас представља а) звук, б) ултразвук и в) инфразвук?

47. Помоћу којих основних јединица Међународног система (SI), може да се изрази јединица учестаности 1 [Hz]?

48. Талас који се простирао брзином c_1 кроз неку средину, наилази на граничну површину према другој средини и наставља да се простире брзином $c_2 < c_1$. С обзиром на промену у простирању таласа која при томе настаје, навести који је од следећих одговора тачан:

а) повећаће се таласна дужина,
б) таласна дужина остаје иста,
в) учестаност остаје иста.

49. Алуминијумска шипка је побуђена на осциловање ултра-звучним генератором. Колика је највећа таласна дужина таласа који се простире шипком, ако је брзина простирања звука кроз алуминијум $c = 5100$ [m/s]?

50. Осциловањем жице учвршћене на оба краја, формира се стојећи талас са три ″трбуха″ и два ″чвора″. Ако је жица дугачка 1,5 [m], колика је таласна дужина формираног таласа?

51. Како помоћу основних јединица Међународног система (SI), може да се изрази јединица за притисак, паскал?

52. Колико износи нормални атмосферски притисак изражен у паскалима?

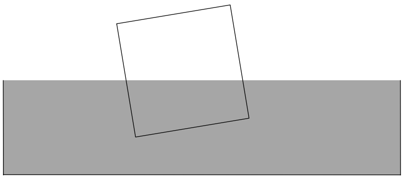
53. Колико износи нормални атмосферски притисак изражен у милибарима?

54. Манометар показује да је притисак паре у котлу једнак $9{,}487 \cdot 10^5$ [Pa]. Коликом силом делује пара на сигурносни вентил котла. Површина вентила је 400 [mm^2].

55. Колики је притисак течности у суду који слободно пада?

56. Колики притисак, изражен у атмосферама, трпи ронилац на дубини од 10 [m] у морској води, густине $\rho = 1025$ [kg/m^3]?

57. Хомогено тело коцкастог облика, потопи се у течност чија је густина већа од густине тела, у положају као на слици. Шта ће се догодити са телом када се препусти само себи:
а) остаће у истом положају
б) потонуће
в) исправиће се закретањем око осе која пролази кроз тежиште у смеру казаљке на сату
г) исправиће се закретањем око осе која пролази кроз тежиште у смеру обрнутом смеру казаљке на сату?



58. Израчунати коефицијент површинског напона течности густине $\rho = 1000$ [kg/m^3], ако се у капилари пречника 0,8 [mm] та течност подигне за 40 [mm]. Течност потпуно кваси зидове суда.

59. Како гласи једначина континуитета за стационарно стру-јање флуида?

60. Олујни ветар при коме је густина ваздуха $\rho = 1{,}2$ [kg/m^3], дува изнад крова куће брзином 30 [m/s]. Колика је разлика притисака, која делује навише на површину крова?

31. $v = \sqrt{2}$ [m/s]; $\alpha = 45^0$
32. $v = 6{,}26$ [m/s]
33. $F \geq 4$ [N]
34. $m = 1$ [kg]
35. а) $A = 150$ [J]; b) $A = E_P + E_K$, $E_p = 60$ [J], $E_K = 90$ [J]
36. $A = 200$ [J]
37. $E_P = 981$ [J]
38. $h \approx 30$ [m]
39. $\omega = 0{,}001$ [rad/s]
40. $v \approx 30$ [km/s]
41. димензија притиска; [N/m^2]
42. $\frac{\Delta l}{l} \sim \frac{1}{E_Y}$; $\frac{\Delta l}{l} \sim \frac{F}{S}$, где је E_Y модуо еластичности, F сила истезања а S површина попречног пресека тела
43. $\sigma = \frac{F}{S} = 8{,}0 \cdot 10^7$ [Pa]
44. $T = 1{,}9$ [s]
45. $a = 9{,}81$ [m/s^2]
46. а) 16 [Hz] $\leq \nu \leq 20 \cdot 10^4$ [Hz]; b) $\nu > 20 \cdot 10^4$ [Hz]; v) $\nu < 16$ [Hz]
47. 1 [Hz] = [1/s]
48. в)
49. $\lambda_{max} = 25{,}5$ [mm]
50. $\lambda = 1$ [m]

51. $[Pa] = [kgm^{-1}s^{-2}]$
52. $1{,}013 \cdot 10^5$ [Pa]
53. 1013 [mbar]
54. 420 [N]
55. $p = 0$ [Pa]
56. ≈2 atm
57. в)
58. $\gamma = 0{,}078$ [N/m]
59. $S \cdot v = const.$, где је S је површина попречног пресека тока, а v брзина протицања
60. 540 [Pa]

61. Колико молекула садржи 1 [kg] CO_2?

Решење:

Количина супстанције од 1 [kmol] има масу од 44 [kg]. Један [kmol] садржи Авогадров број честица: $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{26}$. Дакле 1 [kg] садржи 44 пута мање честица:

$$N = N_A / 44 = 1{,}37 \cdot 10^{25} \ .$$

62. Колика је маса једног молекула CO_2?

Решење:

Ако је моларна маса CO_2, M=0,044 [kg/mol] маса једног молекула је:

$$m = \frac{M}{N_A} = \frac{44[kg/kmol]}{6{,}023 \cdot 10^{26}[1/kmol]} = 7{,}31 \cdot 10^{-26} \ [kg] \ .$$

63. Колико молекула садржи 1 $[m^3]$ CO_2, при нормалним усло-вима? Густина CO_2 при нормалним условима је $\rho_0 = 1{,}98$ $[kg/m^3]$.

Решење:

$$\rho_0 = m / V, \ m = \rho_0 \cdot V = 1{,}98[kg/m^3] \cdot 1[m^3] = 1{,}98 \ [kg].$$

Ако 44 [kg] садрже $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{26}$ честица, онда је број честица у 1 $[m^3]$ CO_2, (или концентрација) једнак:

$$N_0 = (1{,}98 \cdot 6{,}023 \cdot 10^{26}) / 44 = 2{,}7 \cdot 10^{25} \ .$$

64. Колико је средње растојање између молекула CO_2 у 1 $[m^3]$ запремине, при нормалним условима? Густина CO_2 при нормал-ним условима је $\rho_0 = 1{,}98$ $[kg/m^3]$.

Решење:

$\rho_0 = m / V$, $V = V_m \cdot N_0$, где је V_m запремина по једном молекулу, а N_0 концентрација молекула при нормалним условима. Маса гаса у задатој запремини је: $m = \rho_0 \cdot V = 1{,}98 \cdot 1 = 1{,}98$ [kg]. Ако 44 [kg] садрже $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{26}$ честица, онда је број честица у 1 $[m^3]$ CO_2 , (или концентрација), једнак: $N_0 = (1{,}98 \cdot 6{,}023 \cdot 10^{26}) / 44 = 2{,}7 \cdot 10^{25}$. Запремина по једном молекулу може да се изрази као $V_m = d^3$, где је d тражено растојање између молекула. Према томе је $V = d^3 \cdot N_0$, одакле је:

$$d = \sqrt[3]{\frac{V}{N_0}} = \sqrt[3]{\frac{1[m^3]}{2{,}7 \cdot 10^{25}}} = 3{,}3 \cdot 10^{-9} \ [m] \ .$$

65. Наћи густину кисеоника (O_2), при температури 300 [K] и притиску $1{,}6 \cdot 10^5$ [Pa]. Израчунати масу која одговара запремини 200 $[m^3]$ кисеоника у тим условима. Универзална гасна константа је R = 8314 [J/ (kmol·K)].

Решење:

Једначина стања идеалног гаса је: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$, $n = m/M$, где је m маса гаса, а M моларна маса гаса изражена у [kg/kmol]. Моларна маса O_2 је $M = 32$ [kg/kmol].

$$p \cdot V = \frac{\rho \cdot V}{M} \cdot R \cdot T$$, јер је $\rho = m/V$, густина гаса.

$$\rho = \frac{p \cdot M}{R \cdot T} = \frac{1{,}6 \cdot 10^5 [\mathrm{Pa}] \cdot 32 [\mathrm{kg/kmol}]}{300[\mathrm{K}] \cdot 8314 [\mathrm{J/(kmol \cdot K)}]} = 2{,}05\ [\mathrm{kg/m^3}] .$$

Маса је $m = \rho \cdot V = 200[\mathrm{m^3}] \cdot 2{,}05[\mathrm{kg/m^3}] = 410$ [kg] .

66. Челично тане које лети брзином 200 [m/s], удари о земљани насип и заглиби се у њему. За колико степени порасте температура танета, ако се на његово загревање утроши 60% кинетичке енергије. Специфична топлота челика је $c = 460$ [J/(kg·K)].

Решење:

Брзина танета пре удара о насип била је $v_1 = 200$ [m/s]. Промена кинетичке енергије танета је $\Delta E = E_{k1} - E_{k0}$, где је $E_{k1} = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2$, а $E_{k0} = 0$ [J]. На загревање танета утроши се $0{,}6\Delta E = (1{,}2 \cdot 10^4 \cdot m)$ [J]. Утрошена енергија једнака је топлоти коју прими тане, а која је дата изразом: $Q = c \cdot m \cdot \Delta T$. Овде је ΔT тражена промена темпера-туре танета. Према томе: $c \cdot m \cdot \Delta T = 1{,}2 \cdot 10^4 \cdot m$, па је

$$\Delta T = \frac{1{,}2 \cdot 10^4 [\mathrm{J/kg}]}{460[\mathrm{J/(kgK)}]} = 26\ [\mathrm{K}].$$

67. Израчунати корак бушења сврдлом, ако се при бушењу отвора са дијаметром 25 [mm] у бакарном цилиндру, цилиндар загреје за 43 [K]. Момент силе при обртању сврдла је једнак 16,2 [mN]. У унутрашњу енергију цилиндра претвара се 70% енергије сврдла. Специфична топлота бакра је $c = 380$ [J/(kgK)], а густина бакра је $\rho = 8900$ [kg/m^3].

Решење:

Запремина коју избуши сврдло једнака је: $V = S \cdot x$, где је $S = (0{,}5d)^2\pi$ површина попречног пресека цилиндра, а x корак који направи сврдло при једном обрту. С друге стране, маса бакра запремине V, је $m = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot x$. Топлота која се развија дата је изразом: $Q = c \cdot m \cdot \Delta T = c \cdot \rho \cdot S \cdot x \cdot \Delta T = c \cdot \rho \cdot (0{,}5d)^2\pi \cdot x \cdot \Delta T$. Енергија сврдла једнака је раду које оно изврши при обртању. У току једног обрта тај рад је једнак: $A = M \cdot 2\pi$, где је $M = 16{,}2$ [mN] момент силе. Будући да се 70% енргије сврдла утроши на загревање: $0{,}7M \cdot 2\pi = c \cdot \rho \cdot (0{,}5d)^2\pi \cdot x \cdot \Delta T$, па је корак сврдла:

$$x = \frac{0,7 \cdot 2 \cdot M}{c \cdot \rho \cdot (0,5 \cdot d)^2 \cdot \Delta T}$$

$$x = \frac{1,4 \cdot 16,2[J]}{380[J/(kgK)] \cdot 8900[kg/m^3] \cdot (0,5 \cdot 25 \cdot 10^{-3})^2[m^2] \cdot 43[K]} = 10^{-3}[m]$$

$$x = 1\ [mm]\ .$$

68. Колику количину топлоте треба утрошити да би се 8 [kg] леда од температуре -30 [^{0}C] довело до тачке топљења, расто-пило и да би се тако настала вода загрејала до 60 [^{0}C]? Специ-фична топлота леда је $c = 2093$ [J/(kgK)], а воде $c_{H_2O} = 4186$[J/(kgK)]. Специфична топлота топљења леда је $q_m = 3,35 \cdot 10^5$ [J/kg].

Решење:

Укупна потребна количина топлоте је: $Q = Q_t + q_m \cdot m + Q_{H_2O}$.
Овде је:
– $Q_t = m \cdot c \cdot \Delta t$, количина топлоте потребна да се температура леда повиси до тачке топљења; $\Delta t = 30$ [^{0}C] или 30[K]
– $q_m \cdot m$, количина топлоте потребна да се отопи маса леда m ,
– $Q_{H_2O} = m \cdot c_{H_2O} \cdot \Delta t'$, количина топлоте потребна да се вода загреје од 0 [^{0}C] до 60 [^{0}C], тј. $\Delta t' = 60$ [^{0}C] или 60[K],
при чему је узето у обзир да је ΔT [K] = Δt [^{0}C]

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t + q_m \cdot m + m \cdot c_{H_2O} \cdot \Delta t' = 5,2 \cdot 10^6\ [J] = 5,2\ [MJ]\ .$$

69. У бакарни котао масе 6,0 [kg], који садржи 20,5 литара воде на 19 [^{0}C], сипано је растопљено олово, температуре 232 [^{0}C]. При томе 0,10 [kg] воде испари, а преостала вода је на температури од 32 [^{0}C]. Одредити масу олова. Специфични топлотни капацитет бакра је $c_{Cu} = 3,8 \cdot 10^2$ [J/(kgK)], воде $c_{H_2O} = 4,186 \cdot 10^3$ [J/(kgK)], а олова $c_{Pb} = 2,5 \cdot 10^2$ [J/(kgK)]. Специфична топлота испаравања воде је $q_{H_2O} = 2,26 \cdot 10^6$ [J/kg], а специфична топлота топљења (и кристализације) олова је $q_{Pb} = 5,8 \cdot 10^4$ [J/kg].
Решење:

Топлота коју систем (бакарни суд са водом), прими од растопљеног олова, једнака је збиру топлоте коју олово изгуби хлађењем и латентне топлоте топљења олова:
$Q = \Delta Q_{Pb} + Q_t$
$\Delta Q_{Pb} = m_{Pb} \cdot c_{Pb} \cdot \Delta T = m_{Pb}$ [kg]$\cdot$ 2,5 $\cdot 10^2$ [J/(kgK)]$\cdot$(505 - 305) [K]
$\Delta Q_{Pb} = 5 \cdot 10^4\ m_{Pb}$ [J]
$Q_t = m_{Pb}$[kg]$\cdot q_{Pb}$ [J/kg] = $5,8 \cdot 10^4\ m_{Pb}$ [J]
$Q = (5 \cdot 10^4 + 5,8 \cdot 10^4)m_{Pb} = 10,8 \cdot 10^4\ m_{Pb}$ [J]

Количина топлоте Q, троши се на:
1. загревање бакреног котла,
$\Delta Q_{Cu} = m_{Pb} \cdot c_{Pb} \cdot \Delta T_1 = 6$ [kg]$\cdot 3,8 \cdot 10^2$ [J/(kgK)]$\cdot$(305 - 292) [K] = $29,4 \cdot 10^3$ [J],
2. загревање воде у котлу
$\Delta Q_{H_2O} = m_{H_2O} \cdot c_{H_20} \cdot \Delta T_2 = 20,5$ [kg]$\cdot 4,186 \cdot 10^3$ [J/(kgK)]$\cdot$(305 - 292) [K]
$\Delta Q_{H_2O} = 1115,6 \cdot 10^3$ [J],

3. испаравање воде,
$Q_{H_2O} = m_{H_2O} \cdot q_{H_2O} = 0,1[kg]\cdot 2,26\cdot 10^6$ [J/kg] = $226\cdot 10^3$ [J].
$\Delta Q_{Cu} + \Delta Q_{H_2O} + Q_{H_2O} = Q$
$29,4\cdot 10^3$ [J] + $1115,6\cdot 10^3$ [J] + $226\cdot 10^3$ [J] = $10,8\cdot 10^4\ m_{Pb}$ [J],
$m_{Pb} = 12,7$ [kg].

70. Из суда у коме се налази 575 [g] воде на 0 [^{0}C], испумпа се ваздух и водена пара, због чега се део воде у њему замрзне. Одреди масу насталог леда. Специфична топлота испаравања воде је $q = 2,26\cdot 10^6$ [J/kg], а специфична топлота кристализације воде је $q' = 3,35\cdot 10^5$ [J/kg].

Решење:

Маса воде која испари m, односи се према маси воде која се заледи m', као специфична топлота кристализације воде према специфичној топлоти испаравања воде:

$$\frac{m}{m'} = \frac{q'}{q} = 0,132; \quad 0,132\ m' + m' = 0,575\ [kg],$$

одакле је m' = 0,508 [kg].

71. На температури 0 [^{0}C] одмерана је дужина од 300 [m], алуминијске и челичне жице. Колико ће се разликовати дужине ових двеју жица на 100 [^{0}C]. Линеарни коефицијент топлотног ширења алуминијума је $\alpha_{Al} = 2,3\cdot 10^{-5}$ [^{0}C]$^{-1}$, а линеарни коефи-цијент топлотног ширења челика $\alpha_{Fe} = 1,2\cdot 10^{-5}$ [^{0}C]$^{-1}$.

Решење:

Ако је l_0 дужина жице на температури 0 [^{0}C], дужина жице на те-мператури t [^{0}C] је: $l_t = l_0\cdot(1 + \alpha\cdot t)$. За алуминијумску жицу је

$$l_{Al} = 300[m]\cdot(1 + 2,3\cdot 10^{-5}[^0C]^{-1}\cdot 100[^0C]) = 300,69\ [m].$$

За челичну жицу је

$$l_{Fe} = 300[m]\cdot(1 + 1,2\cdot 10^{-5}\ [^0C]^{-1}\cdot 100[^0C]) = 300,36\ [m].$$

Разлика дужина жица на 100 [^{0}C] је 0,33 [m].

72. Челична шипка је учвршћена на оба краја шиповима, на температури од 22[^{0}C], а затим охлађена. На којој температури би дошло до кидања шипке? Нормални напон кидања челика је $\sigma = 400\cdot 10^9$ [$\frac{N}{m^2}$], Јунгов модуо еластичности челика је $E_y = 200\cdot 10^9$ [$\frac{N}{m^2}$], а температурски коефицијент линеарног ширења челика је $\alpha = 11\cdot 10^{-6}$ [°C]$^{-1}$.

Решење:

Зависност релативне деформације од нормалног напона дата је изразом

$$\frac{\Delta l}{l} = \sigma \frac{1}{E_y}$$

где је Δl апсолутна деформација, l првобитна дужина шипке, σ нормални напон, а E_y Јунгов модуо еластичности. У посматраном случају, шипка се сабија, па је релативна деформација негативна. Са друге стране, дужина шипке се смањује због промене температуре по закону:

$$\frac{\Delta l}{l} = \alpha \cdot \Delta t$$

где је α температурски коефицијенат линеарног ширења а Δt је промена температуре. На основу два начина изражавања релативне деформације, произилази:

$$\sigma \cdot \frac{1}{E_y} = \alpha \cdot \Delta t$$

Уврштавањем вредности нормалног напона кидања шипке и осталих величина, добија се:

$$\Delta t = 22[°C] - t[°C] = \frac{\sigma}{E_y \cdot \alpha} = \frac{400 \cdot 10^6 \left[\frac{N}{m^2}\right]}{200 \cdot 10^9 \left[\frac{N}{m^2}\right] \cdot 11 \cdot 10^{-6} \left[{}^{o}C\right]^{-1}} = 182\left[{}^{o}C\right],$$

одатле је $t = 22\ [°C] - 182\ [°C] = -160\ [°C]$.

73. На температури од $0[^0C]$, лист цинка има димензије $S_0 = 120 \times 100\ [mm^2]$. Колика ће бити површина овог листа на $500\ [^0C]$. Линеарни коефицијент топлотног ширења цинка је $\alpha_{Zn} = 2{,}9 \cdot 10^{-5}\ [^0C]^{-1}$.

Решење:

Ако је $a_0 = 120\ [mm]$ једна страница на $0\ [^0C]$, а $b_0 = 100\ [mm]$ друга страница на $0\ [^0C]$, тада је $a_0 \times b_0 = S_0$, површина листа цинка на $0\ [^0C]$. Површина не температури $t\ [^0C]$ је $S_t = a_t \times b_t$, где је

$$a_t = a_0\,(1 + \alpha_{Zn} \cdot t),$$

$$b_t = b_0\,(1 + \alpha_{Zn} \cdot t).$$

Према томе,

$$S_t = a_0 \times b_0 (1 + \alpha_{Zn} \cdot t)^2$$

$$S_t = 12000[mm^2] \cdot (1 + 2{,}9 \cdot 10^{-5}\ [^0C]^{-1} \cdot 500[^0C])^2 = 12350\ [mm^2].$$

74. Барометарска скала је израђена од месинга. На темпе-ратури $T_1=300$ [K], висина стуба живе очитана на скали је $h_1=751{,}3$ [mm]. Колика би била висина стуба живе која би се очитала на скали на температури $T_2=273$ [K]. Температурски коефицијент линеарног ширења месинга је $\alpha=19\cdot10^{-6}$ $[K]^{-1}$, а температурски коефицијенат запреминског ширења живе је $\gamma=182\cdot10^{-6}$ $[K]^{-1}$.

Решење:

Запремина живе у барометарској цеви је једнака:
$V_1=S\cdot h_1$, на температури T_1 и
$V_2=S\cdot h_2$, на температури T_2,
где је S површина базе цеви, која се при промени температуре не мења. Релативна промена запремине живе при хлађењу барометра је једнака:

$$\frac{\Delta V}{V}=\gamma\cdot\Delta T\ ,$$

где је $\Delta V=S\cdot\Delta h=S\cdot(h_2-h_1)$. Промена темпратуре је $\Delta T=T_2-T_1$.

Релативна промена запремине је негативна. Висина стуба h_2, на температури T_2, једнака је:

$$h_2=[\gamma\cdot(T_2-T_1)+1]\cdot h_1$$

Уврштавањем задатих вредности добија се

$$h_2=[182\cdot10^{-6}[K]^{-1}\cdot(273[K]-300[K])+1]\cdot751{,}3[mm]=747{,}6[mm]$$

Висина h_2 је стварна висина стуба живе. Међутим на скали барометра очитава се већа вредност од h_2, јер се хлађењем смањује густина скале по закону:

$$\frac{\Delta l}{l}=\alpha\cdot\Delta T\ ,$$

где је $\frac{\Delta l}{l}$, релативна деформација (сабијања) дужине скале.

$$\frac{\Delta l}{l}=19\cdot10^{-6}[K]^{-1}\cdot(273-300)[K]=-0{,}0005 \text{ или } 0{,}05\%$$

Тражена висина очитана на скали барометра је:

$$h=h_2+0{,}05\%\cdot h_2=747{,}6[mm]+0{,}374[mm]\approx748[mm]\ .$$

75. У цилиндричну вертикално постављену цистерну је наливена нафта на температури -10 $[^0C]$, до нивоа од 8 [m]. Колики ће бити ниво нафте у цистерни, ако се температура повиси на 20 $[^0C]$. На којој температури нафта почиње да се прелива преко руба отвора цистерне, ако је на -10 $[^0C]$ ниво нафте био 32 [cm] испод руба. Запремински коефицијент топлотног ширења нафте је $\gamma=10^{-3}$ $[^oC]^{-1}$. Топлотно ширење цистерне је занемарљиво.

Решење:

Ако је V_0 запремина нафте на 0 [^{0}C], онда је $V_t = V_0 (1 + \gamma \cdot t)$, за-премина на температури t [^{0}C]. Запремина нафте у цистерни је: $V = S \cdot h$, где је S површина попречног пресека цистерне а h, ви-сина стуба нафте. На температури -10 [^{0}C], запремина нафте је

$$V_{-10} = S\,[m^2] \cdot 8\,[m] = V_0\,[m^3][1 + 10^{-3}[^0C]^{-1} \cdot (-10)\,[^0C]]\ .$$

Запремина нафте на температури 20 [^{0}C], ће бити

$$V_{20} = S\,[m^2] \cdot h'\,[m] = V_0[m^3](1 + 10^{-3}[^0C]^{-1} \cdot 20[^0C])\ ,$$

где је h' одговарајући ниво нафте . Из односа:

$$\frac{V_{20}}{V_{-10}} = \frac{S \cdot h'}{S \cdot h} = 1{,}03$$

$$h' = 1{,}03 \cdot h = 8{,}24\,[m]\ .$$

Висина цистерне је 8 [m] + 0,32 [m] = 8,32 [m].
Запремина цистерне је (S·8,32) [m^3]. Ову запремину нафта ће заузети на температури за коју важи

$$(S \cdot 8{,}32)[m^3] = V_0\,[m^3](1 + 10^{-3}[^0C]^{-1} \cdot t[^0C]).$$

Будући да је

$$(S \cdot 8{,}24)[m^3] = V_0\,[m^3](1 + 10^{-3}[^0C]^{-1} \cdot 20[^0C]),$$

$$V_0 = \frac{(S \cdot 8{,}24)[m^3]}{(1 + 10^{-3}[^0C]^{-1} \cdot 20[^0C])}\ ,$$

$$8{,}32[m] = \frac{8{,}24[m](1 + 10^{-3}[^0C] \cdot t[^0C])}{1 + 10^{-3}[^0C] \cdot 20[^0C]}\ ,$$

одакле је t = 29,9 [^{0}C].

76. Колика је температура тројне тачке воде, изражена у [K]? Колика ја та температура изражена у [^{o}C]?

77. Ако се тело на температури t = 15 [^{0}C] загреје за 35 [^{0}C], колика ће бити његова апсолутна температура?

78. Колико се молекула налази у једном граму воде? Авогадров број је $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}$ [молекула/mol].

79. Грам кисеоника O_2 запрема 560 литара. Колики је притисак тог гаса на температури T = 400 [K]? Универзална гасна константа је R = 8314 [J/(kmolK)].

80. Наћи густину кисеоника (O_2) при нормалним условима: $p_o = 1{,}013 \cdot 10^5$ [Pa], t=0[°C], R= 8314[J/(kmol·K)].

81. У суду са водом плива комадић леда. Да ли ће се ниво воде изменити када се лед отопи, ако вода остане на температури од 0 [^{0}C]?

82. У којим јединицама се изражава специфични топлотни капацитет тела?

83. У којим јединицама се изражава температурски коефицијент запреминског ширења тела?

84. Колико износи температурски коефицијент ширења гасова?

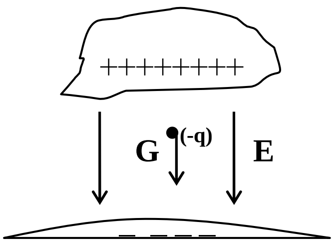
85. Колики је механички еквивалент топлоте?

76. 273,16 [K]; 0,01 [°C]
77. T = 323 [K]
78. $3{,}34 \cdot 10^{22}$
79. p ≈ 186 [P_a]
80. $\rho = 1{,}43$ [kg/m^3]
81. нећe се изменити
82. [J/(kgK)]
83. $\frac{1}{[{}^0C]}$ ili $\left[\frac{1}{K}\right]$
84. $\gamma = \frac{1}{273}\left[\frac{1}{{}^0C}\right]$
85. 4,18 [J/cal]

86. Распршена сферна капљица воде пречника $1{,}2$ [μm], лебди у хладној атмосфери, због атмосферског електричног поља јачине 462 [N/C], усмереног ка тлу. Колико електрона вишка садржи капљица?

Решење:

На капљицу делује сила теже (тежина), $G = m \cdot g$, где је m маса капљице, а g убрзање силе теже. У супротном смеру на капљицу делује Кулонова сила. Капљица се налази у стању равнотеже, што значи да су сила тежа и Кулонова сила једнаке по износу. Износ Кулонове силе дат је следећим изразом:



$$F_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_p}{r^2} = E \cdot q_p \ ,$$

где је q наелектрисање облака које ствара електрично поље E, q_p је наелектрисање капљице, r је растојање између q и q_p, а ε_o је електрична константа вакуума (или ваздуха). У једначини је узето у обзир да је јачина поља по дефиницији једнака сили која делује на јединично наелектрисање. У стању равнотеже је:

$$G = E \cdot q_p ,$$

одакле је $q_p = \dfrac{G}{E}$. Маса капљице може да се изрази помоћу густине ρ и запремине $V = \dfrac{4}{3}\pi(d/2)^3$, на следећи начин:

$$m = \rho V = \rho\frac{4}{3}\pi(d/2)^3,$$

где је $\rho = 1000$ [kgm^{-3}] густина воде, а $d = 1{,}2 \cdot 10^{-6}$ [m], пречник капљице. Ако се за убрзање силе теже узме вредност $g = 9{,}81$ [ms^{-2}], тежина капљице је:

$$G = 10^3[\mathrm{kgm}^{-3}] \cdot \frac{4}{3}\pi(\frac{1{,}2}{2} \cdot 10^{-6})^3[\mathrm{m}^3] \cdot 9{,}81[\mathrm{ms}^{-2}] = 8{,}87 \cdot 10^{-15}[\mathrm{N}] \ .$$

Према томе,

$$q_p = \frac{8{,}87 \cdot 10^{-15}[\mathrm{N}]}{462[\mathrm{N/C}]} = 1{,}92 \cdot 10^{-17}[\mathrm{C}] \ .$$

Будући да је наелектрисање електрона $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ [C], број електрона вишка је $q_p/e \approx 120$.

87. Одреди количину тачкастог наелектрисања које на растојању од 9 [cm] ствара у вакууму поље јачине $4 \cdot 10^5$ [N/C]. Колико ближе треба да буде тачка у којој је поље исте јачине, ако се тачкасто наелектрисање налази у средини релативне диелектричне константе $\varepsilon_r = 2$. Електрична константа вакуума је $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ [C^2 /(Nm^2)].

Решење:

Јачина поља које ствара тачкасто наелектрисање q, у тачки простора на растојању r од њега, је:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q}{r^2} \ ,$$

где је за вакуум $\varepsilon_r = 1$. Према томе, у вакууму је:

$$q = 4\pi\varepsilon_0 r^2 E = 4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}[C^2N^{-1}m^{-2}] \cdot 9 \cdot 10^{-4}[m^2] \cdot 4 \cdot 10^5[N/C]$$

$$q = 3{,}6 \cdot 10^{-7}[C] \ .$$

Да би у некој тачки ближе наелектрисању поље остало исте јачине у средини релативне диелектричне константе $\varepsilon_r = 2$, растојање те тачке од наелектрисања треба да буде једнако:

$$r' = \sqrt{\frac{3{,}6 \cdot 10^{-7}[C]}{4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}[C^2N^{-1}m^2] \cdot 2 \cdot 4 \cdot 10^5[N/C]}} = 0{,}064[m] \ .$$

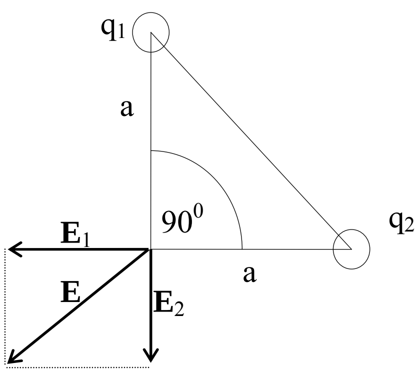
Тражена тачка је ближе наелектрисању за:

$$r - r' = 0{,}09\ [m] - 0{,}064\ [m] = 0{,}026\ [m] \ .$$

88. Два тачкаста наелектрисања, $q_1 = 3\cdot10^{-8}$ [C] и $q_2 = 4\cdot10^{-8}$ [C], смештена су у два врха равнокраког троугла. Одредити интензитет електричног поља у вакууму, у трећем врху, чији припадни угао 90^0 затварају странице дужине $a = 0{,}5$ [m]. Електрична константа вакуума је $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ [C^2 /(Nm^2)].

Решење:

Будући да је електрично поље векторска величина, најпре треба да се саберу вектори електричних поља $\mathbf{E}_1$ и $\mathbf{E}_2$, која наелектрисања q_1 одно-сно q_2, стварају у трећем врху:



$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2.$$

Овде је $\mathbf{E}$ резултантно еле-ктрично поље. Затим се изра-чуна интензитет резултант-ног електричног поља:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$$

Интензитети електричних поља $\mathbf{E}_1$ и $\mathbf{E}_2$ су једнаки:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1}{a^2}$$, односно $$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_2}{a^2}$$,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 a^2} \sqrt{(q_1^2 + q_2^2)}$$

$$E = \frac{1}{4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}[N^{-1}C^2m^{-2}] \cdot 0{,}25[m^2]} \sqrt{(3 \cdot 10^{-8}[C])^2 + (4 \cdot 10^{-8}[C])^2}$$

$$E \approx 1{,}8 \cdot 10^3 \text{ [N/C]} .$$

89. Колики је потенцијал у трећем врху троугла, за случај који је описан у предходном задатку?

Решење:

Потенцијал електричног поља које ствара наелектрисање q_1, на растојању a од тог наелектрисања, једнак је: $V_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 a}$. Потен-цијал електричног поља које ствара наелектрисање q_2, на растојању a од тог наелектрисања, једнак је: $V_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 a}$. Потенцијал је скаларна величина, па се укупни потенцијал у трећем углу троугла добија сабирањем потенцијала V_1 и V_2:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 a}(q_1 + q_2) .$$

Уврштавањем у горњу једначину вредности за q_1, q_2 и a, задатих у предходном задатку и вредности електричне константе вакуума $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ $[C^2/(Nm^2)]$, добија се:

$$V = \frac{3 \cdot 10^{-8}[C] + 4 \cdot 10^{-8}[C]}{4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}[C^2N^{-1}m^{-2}] \cdot 0{,}5[m]} = 1260 \text{ [V]}.$$

90. Хомогена, усамљена проводна кугла, полупречника $R = 5$ [cm], која се налази у ваздуху, наелектрисана је количином наелектрисања $q = 25$ [nC]. а) Колики је потенцијал на површини кугле? б) Колики је потенцијал у центру кугле? в) Колики је потенцијал на растојању $r = 95$ [cm] од површине кугле, у правцу нормалном на површину?

Решење:

а) Електрично поље хомогене, проводне кугле је једнако:

$E = \frac{V}{R}$, где је V потенцијал, а R полупречник кугле. Флукс електричног поља кугле је једнак: $\Phi = E \cdot S = \frac{q}{\varepsilon_0}$, где је $S = 4\pi R^2$ површина кугле, а q количина наелектрисања доведена кугли. Према томе:

$$V = \frac{q}{\varepsilon_0} \cdot \frac{R}{4\pi R^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R},$$

$$V = \frac{25 \cdot 10^{-9}[C]}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}[C^2N^{-1}m^{-2}] \cdot 0,05[m]} \approx 4500[V].$$

б) Наелектрисање је равномерно распоређено по запремини кугле, па је потенцијал у центру кугле такође $V = 4500$ [V].

в) На растојању 100 [cm] од центра кугле, потенцијал је једнак:

$$V = \frac{25 \cdot 10^{-9}[C]}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}[C^2N^{-1}m^{-2}] \cdot 1[m]} = 225 \text{ [V]}.$$

91. Јачина струје снопа електрона, који ствара слику на екрану монитора, је 200 [μA]. Колико електрона удари о монитор сваке секунде?

Решење:

Јачина струје снопа електрона је дата изразом: $I = \frac{q}{t}$, где је q количина наелектрисања која протекне за време t између извора снопа (катодне цеви) и екрана. Количина наелектрисања је једнака производу између броја електрона N и елементарног наелектрисања, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ [C]:

$$q = N \cdot e = N \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ [C]} .$$

Према томе, јачина струје је једнака: $I = \frac{Ne}{t}$. Број електрона који за време t удари о екран је $N = \frac{I \cdot t}{e}$. У једној секунди о екран удари:

$$N = \frac{200 \cdot 10^{-6}[A] \cdot 1[s]}{1,6 \cdot 10^{-19}[C]} = 125 \cdot 10^{13} \text{ електрона.}$$

92. Предвиђено је да грејач воде ради на напону од 220 [V] и при јачини струје $I = 6$ [A]. Колика треба да буду дужина и повр-шина попречног пресека проводника од кога је направљен грејач, ако је максимална дозвољена густина струје 12 [A/mm^2]? Специфична отпорност легуре од које је проводник начињен је $\rho = 1,3 \cdot 10^{-6}$ [Ωm]. (Предпоставља се да је промена димензија при загревању проводника, занемарљива).

Решење:

Густина струје која тече проводником је по дефиницији једнака: $j = \frac{I}{S}$, где је I јачина струје, а S површина попречног пресека проводника. Уврштавањем задатих вредности, добија се за површину попречног пресека:

$$S = \frac{I}{j} = \frac{6[A]}{12 \cdot 10^6[A][m^{-2}]} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2\text{]} .$$

Отпорност проводника дата је изразом: $R = \rho\frac{l}{S}$, где је l дужина проводника. Према Омовом закону, напон на крајевима проводника једнак је $U = RI$, одакле је:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220[V]}{6[A]} = 37\ [\Omega]\ .$$

Из израза за отпорност проводника, произилази да је дужина проводника:

$$l = \frac{RS}{\rho} = \frac{37[\Omega]\cdot 0,5\cdot 10^{-6}[m^2]}{1,3\cdot 10^{-6}[\Omega m]} = 14,2\ [m].$$

93. Осигурач од жице цилиндричног облика, топи се при густини струје од $440\ [A/cm^2]$, при чему се прекида струја у колу. Колики треба да буде пречник пресека осигурача, да би јачина струје у колу била ограничена на $0,5\ [A]$?

Решење:

Густина струје која тече проводником је по дефиницији једнака: $j = \frac{I}{S}$, где је I јачина струје, а S површина попречног пресека проводника. Да би јачина струје била ограничена на $0,5\ [A]$, површина попречног пресека осигурача треба да буде једнака: $S = \frac{I}{j}$. Површина попречног пресека осигурача је:

$$S = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi\ ,$$

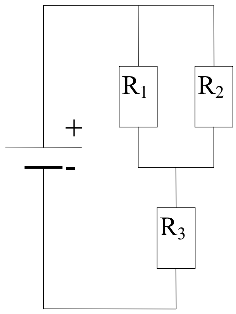
где је d пречник пресека. Изједначавањем два израза за површину, добија се:

$$\left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi = \frac{I}{j}\ ,$$

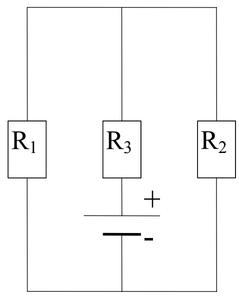
$$d = \sqrt{\frac{4\cdot 0,5[A]}{440\cdot 10^4[Am^{-2}]\cdot 3,14}} = 0,38\cdot 10^{-3}\ [m]\ ,$$

или $\qquad d = 0,38\ [mm]\ .$

94. Три потрошача отпорности R_1, R_2 и R_3, везана су најпре у струјно коло као на слици а), а затим у струјно коло као на слици б). Да ли је еквивалентна отпорност кола: а) већа од еквивалентне отпорности кола б), мања од еквивалентне отпорности кола б), једнака еквивалентној отпорности кола б)?



a)



б)

Решење:

У оба кола отпорност R_3 је редно везана на паралелну везу отпорности R_1 и R_2. Према томе, еквивалентна отпорност је јед-нака за коло а) и за коло б) и рачуна се на следећи начин:

$$R_e = R'_e + R_3,\ \text{где је}\ R'_e = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2},$$

$$R_e = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_1 + R_2}.$$

95. Потрошач непознате отпорности прикључен је на батерију од 3 [V]. Снага електричне струје која тече кроз потрошач је $0{,}540$ [W]. Колико ће енергије у јединици времена бити утрошено, ако се потрошач прикључи на батерију од $1{,}5$ [V]?

Решење:

Снага у колу једносмерне струје је дата изразом:

$$P = \frac{U^2}{R}\ ,$$

где је U напон на крајевима потрошача, а R отпорност потрошача. Ако је потрошач прикључен на напон од 3 [V], његова отпорност може да се израчуна на следећи начин:

$$R = \frac{(3)^2[V^2]}{0{,}540[W]} = 16{,}7\ [\Omega]\ .$$

Познавајући отпорност потрошача, енергија утрошена у једној секунди, ако је потрошач прикључен на напон од $1{,}5$ [V], може да се израчуна помоћу релације:

$$A = \frac{U^2}{R}t = \frac{1{,}5^2[V^2]}{16{,}7[W]}\cdot 1[s] = 0{,}135\ [J]\ .$$

96. Средина у којој су смештена два паралелна проводника на растојању од 10 [cm], је ваздух. Први проводник привлачи силом од $6\cdot 10^{-3}$ [N] други проводник, чија је дужина 3 [m] и којим тече струја јачине 50 [A]. Колика је јачина струје која тече првим проводником? Да ли је смер струје у оба проводника исти?

Решење:

Сила којом први проводник привлачи други (*Амперова сила*), је:

$$F_1 = B_1 I_2 \ell_2 \ ,$$

где је B_1 магнетска индукција поља које настаје протицањем струје кроз први проводник; I_2 је јачина струје која протиче кроз други проводник, а ℓ_2 је дужина другог проводника. Према Био-Саваровом закону, износ магнетске индукције првог проводника на растојању d од другог проводника је:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \ .$$

Магнетска пермеабилност ваздуха приближно је једнака магнетској пермеабилности вакуума $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ [TmA^{-1}]. Увршта-вањем израза за магнетску индукцију у израз за силу којом први проводник привлачи други, добија се:

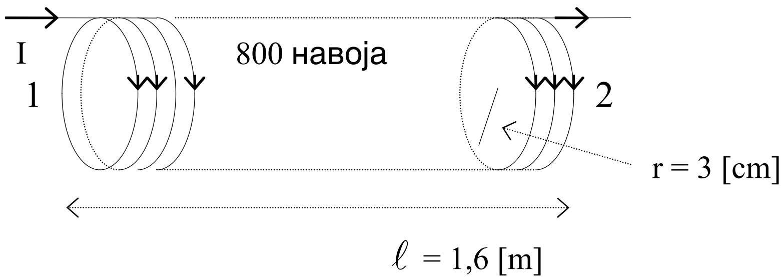
$$F_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} I_2 \ \ell_2$$, одакле је,

$$I_1 = \frac{2\pi \cdot d \cdot F}{\mu_0 I_2 \ell_2} = \frac{2\pi \cdot 0,1[\mathrm{m}] \cdot 6 \cdot 10^{-3}[\mathrm{N}]}{4\pi \cdot 10^{-7}[\mathrm{TmA}^{-1}] \cdot 50[\mathrm{A}] \cdot 3[\mathrm{m}]} = 20 \ [\mathrm{A}] \ .$$

Првим проводником тече струја јечине 20 [A]. Сила којом други проводник привлачи први је $F_2 = F_1$. Дакле, ради се о сили међу-собног привлачења, јер је смер протицања струје у оба проводника је исти.

97. Соленоид дужине 1,6 [m] има 800 навоја. Полупречник навоја је једнак 3 [cm]. Соленоидом тече струја јачине 6 [A], чији је смер протицања кроз навоје назначен на слици. Коме крају, (1 или 2), одговара северни пол магнетског поља соленоида? Колики је магнетски флукс кроз соленоид?

Решење:



Ако поставимо савијене прсте десне руке у смеру протицања струје кроз навоје, испружени палац показује према северном полу магнетског поља соленоида ("правило десне руке"). Дакле северни пол (N) је код краја 2. Магнетска индукција у унутрашњости соленоида смештеног у ваздуху, којим тече струја јачине I, дата је изразом:

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I,$$

где је $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ [TmA^{-1}] магнетска пермеабилност вакуума или приближно ваздуха, N број навоја, а ℓ дужина соленоида. Маг-нетски флукс кроз соленоид је $\Phi = B \cdot S$, где је $S = r^2\pi$, површина навоја изражена помоћу полупречника r. Уврштавањем израза за магнетску индукцију добије се:

$$\Phi = \mu_0 r^2 \pi \frac{N}{\ell} I = 4\pi \cdot 10^{-7}[\mathrm{TmA^{-1}}](0{,}03)^2[\mathrm{m^2}] \cdot \pi \frac{800}{1{,}6[\mathrm{m}]} \cdot 6[\mathrm{A}]$$

$$\Phi = 10{,}7\cdot 10^{-6}[\mathrm{Wb}].$$

98. Колика је средња вредност електромоторне силе самоиндукције, ако струја у соленоиду из задатка 3.12, падне од 6 [A] на 0 [A] у интервалу $\Delta t = 0{,}2$ [s]. Колики ће бити коефицијент самоиндукције (индуктивност) соленоида из задатка 3.12, ако се у соленоид унесе језгро од гвожђа, релативне магнетске пермеабилности $\mu_r = 400$.

Решење:

Променом јачине струје која тече кроз сваки од навоја за ΔI, промени се магнетска индукција за $\Delta B = \mu_0 \frac{N}{\ell} \Delta I$, а тиме и маг-нетски флукс за

$$\Delta\Phi = S\Delta B = \mu_0 \frac{N}{\ell} \Delta I \; S.$$

Средња вредност електромоторне сила која се индукује по једном навоју је $\varepsilon_1 = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, а за N навоја вреди: $\varepsilon = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. Ако се уврсти промена флукса добије се:

$$\varepsilon = -\mu_0 \cdot S \frac{N^2}{\ell} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Величина $L = \mu_0 S \frac{N^2}{\ell}$ је коефицијент самоиндукције или *индук-тивност* соленоида. Према подацима о соленоиду из задатка 3.12,

$$L = 4\pi \cdot 10^{-7}[\mathrm{TmA^{-1}}] \cdot (0{,}03)^2 \pi [\mathrm{m^2}] \cdot \frac{800^2}{1{,}6[\mathrm{m}]} = 1{,}42\ [\mathrm{mH}].$$

Будући да је промена струје у интервалу од $\Delta t = 0{,}2$ [s], једнака $\Delta I = 6\,[\mathrm{A}] - 0\,[\mathrm{A}] = 6\,[\mathrm{A}]$, средња вредност електромоторне силе је:

$$\varepsilon = 1{,}42[\mathrm{mH}] \cdot \frac{6[\mathrm{A}]}{0{,}2[\mathrm{s}]} \approx 42\ [\mathrm{mV}].$$

Ако се у соленоид унесе гвоздено језгро, индуктивност се повећа μ_r пута, па износи 568 [mH].

99. Собна телевизијска антена за пријем UHF таласа начињена је од кружно савијеног проводника, као на слици. Пречник круга је 11 [cm]. Нормално на кружну површину пролазе линије силе магнетског поља ТВ сигнала, а износ магнетске индукције се мења брзином од $\Delta B/\Delta t = 0{,}16$ [T/s]. Колика је елек-тромоторна сила која се индукује на крајевима антене?

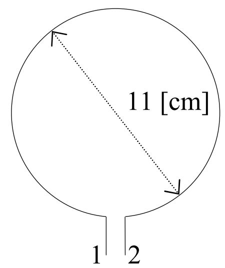
Решење:

Износ индуковане електромоторне силе, (напона између тачака 1 и 2 на крајевима проводника), једнак је брзини промене флукса магнетског поља, чије линије силе пролазе кроз дату површину S:

$$|\,\varepsilon\,| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Будући да су линије силе магнетског поља нормалне на површину S, магнетски флукс је једнак умношку износа површине S и износа магнетске индукције, B:

$$\Phi = S \cdot B.$$



С обзиром на то да је површина оивичена кружним проводником стална, промену флукса може да изазове само промена магнетске индукције. Према томе, брзина промене флукса је :

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = S\frac{\Delta B}{\Delta t}\ ,$$

где је $\Delta B / \Delta t$ брзина промене магнетске индукције и износи 0,16 [T/s]. Израз за индуковану електромоторну силу је у том случају:

$$|\,\varepsilon\,| = S\frac{\Delta B}{\Delta t}\ .$$

Пречник круга је 11 [cm], па је површина

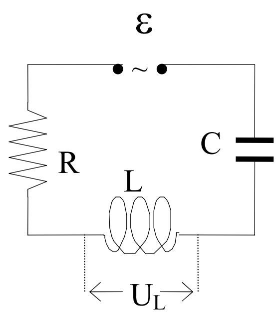
$$S = (0{,}11/2)^2\,\pi\ [m^2] = 0{,}0095\ [m^2]\ .$$

Износ индуковане електромоторне силе је:

$$\varepsilon = 0{,}0095\ [m^2] \cdot 0{,}16\ [Ts^{-1}] = 0{,}00152\ [V] = 1{,}52\ [mV]\ .$$

100. Може ли амплитуда напона на соленоиду везаном серијски са отпорником и кондензатором у коло наизменичне струје (RLC - коло), да буде већа од амплитуде електромоторне силе извора? Одговор проверити на следећем примеру серијског RLC - кола: ε = 10 [V], R = 10 [Ω], L = 1,0 [H] и C = 1,0 [μF]. Израчунај вредност амплитуде напона на соленоиду, за коло у резонанцији.

Решење:



На слици је приказано типично серијско RLC коло. У оваквом колу је могуће да амплитуда напона U_L, на соленоиду индуктивности L, буде већа од амплитуде електромоторне силе извора ε.

Амплитуда јачине струје у RLC колу дата је изразом:

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{Z} \text{, где је } Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} \text{ ,}$$

импеданца кола. Ако је индуктивна отпорност $L\omega$, једнака капацитивној отпорности $1/(C\omega)$, коло које је у *резонанцији* и у том случају је амплитуда јачине струје највећа, I_{0max}. Највећа амлитуда је једнака:

$$I_{0max} = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{10[V]}{10[\Omega]} = 1 \ [A] \ ,$$

јер је $L\omega = 1/(C\omega)$ и према томе, $Z = R$. Кружна учестаност кола у резонанцији може да се израчуна увршттавањем задатих вредности $L = 1{,}0$ [H] и $C = 1{,}0$ [μF] у релацију:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1[H] \cdot 10^{-6}[F]}} = 10^3 \ [rad/s] \ .$$

Амплитуда напона на соленоиду дата је Омовим законом:

$$U_L = I_{0max} \cdot L\omega = 1[A] \cdot 1[H] \cdot 10^3 \ [rad/s] = 1000 \ [V]$$

101. Како може да се изрази јединица за електричну константу вакуума, помоћу основних и изведених јединица Међународног система јединица (SI) ?

102. Колико пута треба да се повећа растојање између два тачкаста наелектрисања, да би се сила којом делују једно на друго, смањила десет пута?

103. Два мала тела наелектрисана једнаком количином наелектрисања, налазе се у ваздуху. Којим се, од ниже наведених поступака, највише смањује интензитет Кулонове силе међу њима:
а) смањењем количине наелектрисања сваког од тела 9 пута,
б) повећањем растојања између тела, 9 пута,
в) премештањем тела без промене наелектрисања и без промене растојања међу њима, из ваздуха у воду?
Релативна диелектрична константа воде је $\varepsilon_r = 81$.

104. Који је од положаја, P_1 или P_2, положај веће потенцијалне енергије пробног наелектрисања q_p, у пољу наелектрисања q: а) у случају приказаном на схеми 1, б) у случају приказаном на схеми 2?

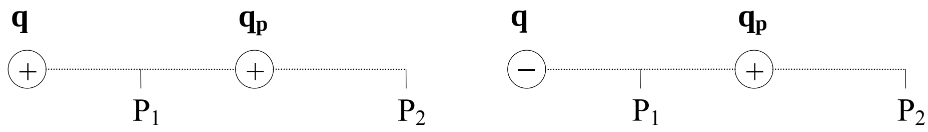


схема 1 схема 2

105. Која је релација, између јединица електростатичких величина, тачна:

а) $\left[\frac{N}{C}\right]=\left[\frac{V}{m^3}\right]$, б) $\left[\frac{N}{m}\right]=\left[\frac{V}{C}\right]$ в) $\left[\frac{N}{C}\right]=\left[\frac{V}{m}\right]$?

106. Колику кинетичку енергију има електрон који се креће у хомогеном електричном пољу, потенцијалне разлике $1\ [V]$?

107. Два кондензатора, A и B, састоје се од паралелних равних плоча, површина облика квадрата. Дужина страница плоча кондензатора A је $10\ [cm]$, а дужина страница плоча конде-нзатора B је $9\ [cm]$. Растојање између плоча кондензатора A је $5\ [mm]$, а растојање између плоча кондензатора B је $3\ [mm]$. Који кондензатор има већу капацитивност?

108. Колика је капацитивност кондензатора A и B из задатка 3.22, ако је релативна диелектрична константа диелектрика који се налази између плоча и једног и другог конедензатора, $\varepsilon_r = 6$? Електрична константа вакуума је $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ [C^2N^{-1}m^{-2}]$.

109. Колика је еквивалентна капацитивност а) паралелне везе, б) редне везе, кондензатора A и B из задатка 3.22?

110. Колика би била капацитивност усамљеног сферног тела, које би имало полупречник једнак полупречнику Земље, $R = 6370\ km$?

111. Како може да се изрази јединица количине наелектрисања $[C]$, (кулон), помоћу основних јединица Међународног система (SI), за јачину струје и за време?

112. Како може да се изрази јединица за напон [V], волт, помоћу основних јединица Међународног система (SI) за јачину струје и време и изведене јединице за енергију ?

113. Помоћу којих основних јединица Међународног система (SI), може да се изрази јединица електричне отпорности, $1[\Omega]$?

114. Колики је однос отпорности два проводника од истог метала и исте масе, ако се пречници њихових попречних пресека односе као 1:2?

115. Која је јединица а) за специфичну електричну отпорност, б) за специфичну електричну проводљивост, у Међународном систему јединица, (SI)?

116. Који је највећи број комбинација којима се добијају различите еквивалентне отпорности везивањем три отпорника, од којих су два исте отпорности?

117. Колику отпорност треба да има отпорник којим би се у делу струјног кола заменила два паралелно везана отпорника од по $1\ [\Omega]$, да би пад напона између прикључака отпорника остао исти?

118. У колу једносмерне струје, на извор електромоторне силе од $12\ [V]$ и унутрашње отпорности $r = 0{,}1\ [\Omega]$ паралелно су везана два отпорника од по $1\ [\Omega]$, (као у предходном задатку). Колика је јачина струје која протиче гранама које садрже отпорнике?

119. Колико [J] износи $1\ [kW\,h]$?

120. Колика је снага потрошача који за двадесет минута протицања струје утроши $1[kWh]$ електричне енергије?

121. Помоћу којих основних јединица Међународног система (SI), може да се изрази јединица за магнетску индукцију $1[T]$, тесла?

122. Који од начина изражавања јединице магнетског тока (флукса), вебера [Wb],помоћу јединица Међународног система
(SI), нису тачни?

а) $[Wb]=[T\cdot m^{-2}]$ б) $[Wb]=[V\cdot s]$ в)$[Wb]=[T\cdot m^{2}]$ г)$[Wb]=[T\cdot A\ /m]$

123. Како је магнетска индукција повезана са јачином магнетског поља?

124. Сила којом два паралелна дугачка проводника занемарљивог попречног пресека, смештена и вакуму (ваздуху), на међусобном растојању од једног метра, делују један на други, је једнака $2 \cdot 10^{-7}$[N] по метру дужине проводника. Проводницима тече струја исте јачине. Колика је јачина те струје?

125. Колика треба да је фреквенција наизменичне струје која тече калемом коефицијента самоиндукције $L = 20$ [mH], да би индуктивна отпорност била $6{,}28$ [Ω]?

126. У коло наизменичне струје фреквенције 50 [Hz], укључен је калем коефицијента самоиндукције $L = 0{,}1$ [H] и кондензатор. Колики је капацитивност кондензатора ако је импеданција кола минимална?

127. У осцилаторном колу које садржи само калем и кондензатор, промена електричне у магнетску енергију дешава се у интервалу од 0.005[s].
а) Колики је период осциловања кола?
б) Колика је фреквенција кола?
в) Колико укупно протекне времена између два узастопна ста-ња максималне електричне енергије кола?

128. Како може да се израчуна брзина простирања електромагнетских таласа у вакууму? Електрична константа вакуума је $\varepsilon_o = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ $[C^2/(Nm^2)]$, а магнетска пермеабилност вакуума је $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ [H/m].

129. Равански електромагнетски талас има максималну вредност електричног поља $E = 4{,}8 \cdot 10^{-4}$ [V/m]. Колика је максима-лна магнетска индукција?

130. Пријемник радио таласа ради у опсегу учестаности 5[MHz] - 20[MHz]. Коме опсегу таласних дужина одговара тај опсег учестаности?

101. $\left[\dfrac{C^2 \cdot s^2}{kg \cdot m^3}\right]$ и $\left[\dfrac{C^2}{N \cdot m^2}\right]$
102. приближно 3,2 пута
103. У сва три случаја интензитет Кулонове силе се смањује подједнако
104. а) положај P_1, б) положај P_2
105. в)
106. $E_K = e \cdot U = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ [C]$\cdot 1$ [V] $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ [J]
107. кондензатор B
108. $C_A \approx 106$ [pF], $C_B \approx 143$ [pF]
109. а) 249 [pF], б) 61 [pF]
110. $C \approx 0{,}7$ [mF]
111. $[A \cdot s]$
112. $\left[\dfrac{J}{As}\right]$
113. $\left[m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}\right]$

114. 16

115. а) $[\Omega m]$ б) $[\Omega m]^{-1}$

116. 6

117. 0,5 $[\Omega]$

118. 10 [A]

119. 3600 [kJ]

120. 3000 [W]

121. $[T] = \left[\frac{kg}{s^2 A}\right]$

122. а) и г)

123. $B=\mu \cdot H$, μ - магнетска пермеабилност средине

124. 1[A]

125. 50 [Hz]

126. 101,4 $[\mu F]$

127. а) 0,02[s] б) 50[Hz] в) 0,01[s]

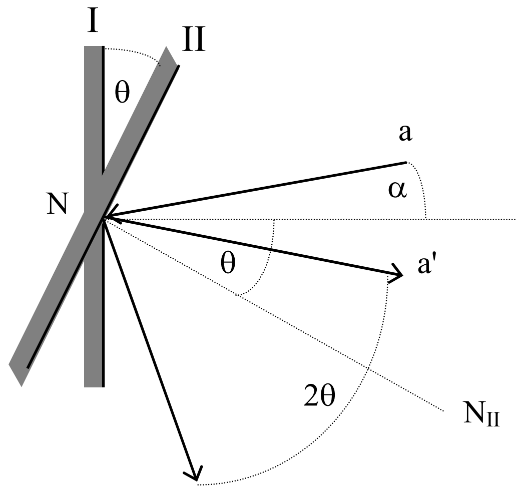
128. $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8$ [m/s]

129. $B_{max}=\frac{E_{max}}{c}=1,6 \cdot 10^{-12}[T]$

130. 60[m] - 15[m]

131. Покажи конструкцијом да се одбијени зрак закрене за угао 2θ, ако се равно огледало на које зрак пада, закрене за угао θ.

Решење:



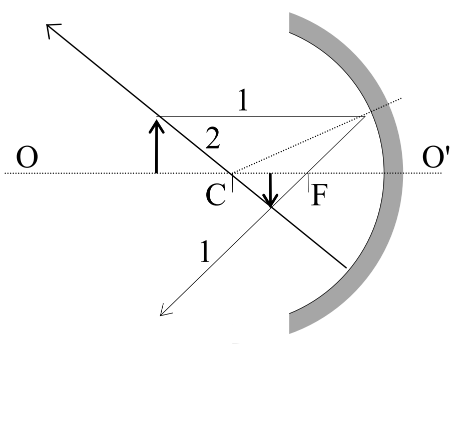
$$(\alpha + \theta) + (\theta - \alpha) = 2\theta$$

При конструкцији треба узети у обзир закон одбијања свет-лости, по коме је угао упада једнак углу одбијања, а упадни зрак, одбијени зрак и нормала на површину огледала, леже у истој равни. Угао упада зрака a на огледало у положају I је означен са α. Угао закретања огледала из положаја I у положај II је θ. Угао θ заклапају такође нормала NN_{I} на огледало у положају I, и нормала NN_{II} на огледало у положају II. Величина угла који заклапају зрак a' одбијен од огледала у положају I и зрак a'' одбијен од огледала у положају II једнака је:

$$(\alpha + \theta) + (\theta - \alpha) = 2\theta.$$

132. Предмет се налази на удаљености једнакој три жижне да-љине, од конкавног сферног огледала. Полупречник закрив-љености конкавне површине је $40\ [\mathrm{cm}]$. Конструиши лик помоћу карактеристичних зрака. Колика је удаљеност лика и какав је лик?

Решење:



Једначина конкавног сферног огледала гласи :

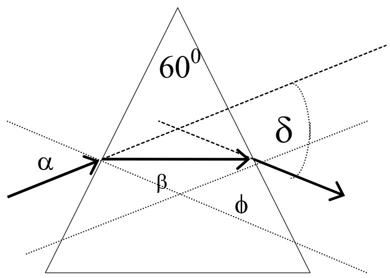
$$\frac{1}{p}+\frac{1}{l}=\frac{1}{f}\ ,$$

где су p и l удаљеност предмета односно лика од огледала, дуж централне осе OO', а f је жижна даљина огледала.
Релација између радијуса закривљености сферне површине огледала и жижне даљине је : $R = 2f$.

Увршттавањем задатих вредости се добија: $f = 20$ [cm], $l=\frac{3}{2}f$, дакле $l = 30$ [cm].
Конструкција лика је изведена помоћу два од четири карактеристична зрака. Зрак 1 је пре одбијања од огледала паралелан централној оси, а након одбијања пролази кроз жижу F. Зрак 2 пре одбијања пролази кроз центар сферне површине C и одбија се од огледала у истом правцу. Лик је реалан, изврнут и умањен.

133. Зрак светлости из ваздуха пада на равнострану оптичку призму под углом од 45^0, а преломљени зрак излази из призме под истим тим углом. Колики је угао скретања? Колики је индекс преламања призме?

Решење:



Угао скретања δ је угао који заклапају правац упадног зрака и зрака који излази из призме. Угао призме је $\phi = 60^0$ степени, а толики је и угао ϕ између нормала на површине призме (углови чији су краци међусобно нормални). Зрак упада под углом α и прелама се под углом β, са правцем кретања паралелним основици призме. Угао ϕ је спољашњи угао за троугао чија су два угла једнака β, па је $\phi = 2\beta$, односно, $\beta = \phi /2$. Угао δ је спољашњи угао за троугао чија су два угла једнака $\alpha - \beta$, па важи: $\delta = 2(\alpha - \beta)$, или $\delta = 2(\alpha - \phi/2)$. Будући да је $\alpha = 45^0$, а $\phi = 60^0$, $\delta = 30^0$. То је дакле, минимални угао скретања. Према закону преламања светлости

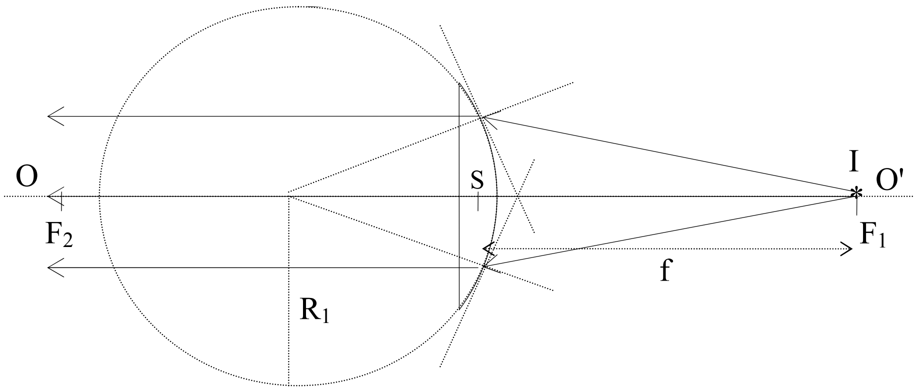
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{n_2}{n_1}\ ,$$

где је n_1 апсолутни индекс преламања средине из које зрак упада на граничну површину средина, а n_2 је апсолутни индекс преламања средине кроз коју се зрак простире након преламања. Средина из које зрак пада на призму је ваздух, па је $n_1 = 1$. Индекс преламања материјала од кога је начињена призма је n_2.

$$n_2=\frac{\sin 45^0}{\sin 30^0}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}=1{,}41\ .$$

134. Танко планконвексно сочиво направљено од стакла индекса преламања $n = 1{,}5$, окружено је ваздухом. Радијус зак-ривљености конвексне површине је 20 [cm]. Колика је жижна даљина сочива? Колика је оптичка моћ сочива? Ако се предмет налази на централној оси сочива, на удаљености 40 [cm] од сочива, где се налази лик предмета?

Решење:



Танким сочивом сматра се оно, чија је највећа дебљина знатно мања од полупречника закривљености површина. У том случају, удаљеност жижа, удаљеност предмета и удаљеност лика, се одмеравају дуж централне осе (OO') од средине сочива (S), уместо од површина сочива, при чему је грешка занемарива. Конвексна површина сочива приказаног на слици припада површини замишљене сфере чији је полупречника $R_1 = 20$ [cm]. Друга површина је равна, па је полупречник закривљености $R_2 = \infty$. Једначина за израчунавање жижне даљине сочива f, гласи:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Уврштавањем задатих вредности добија се:

$$\frac{1}{f} = (1{,}5-1)\cdot\frac{1}{20}\ [\mathrm{cm}]^{-1},\text{ одакле је: } f = 40\ [\mathrm{cm}].$$

Оптичка моћ сочива дефинише се као реципрочна вредност жижне даљине изражене у метрима. Јединица за оптичку моћ је *диоптрија*. Будући да је жижна даљина $f = 0{,}4$ [m], оптичка моћ сочива је 2,5 диоптрија. Према задатку, предмет (извор светлости I), налази се на удаљености од сочива која је једнака жижној даљини. Једначина танког сочива гласи:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l},$$

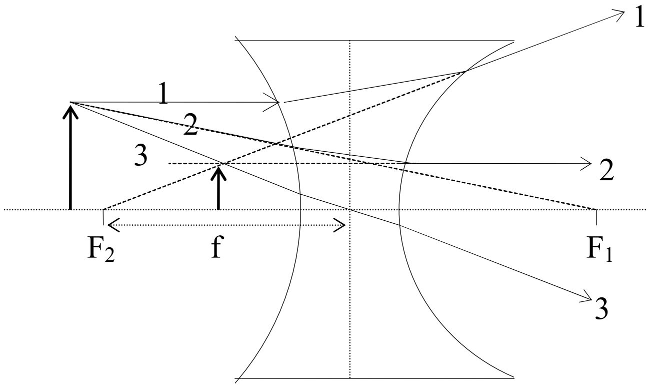
где је $p = 40$ [cm] удаљеност предмета од сочива, а l, удаљеност лика од сочива. Уврштавањем вредности $f = p = 40$ [cm], у једначину, добија се:

$$\frac{1}{l} = 0,\text{ одакле је } l = \infty.$$

Овај резултат потврђује и конструкција преламања на сочиву, како је приказано на слици. Зраци светлости који полазе из жиже, након преламања на сочиву су паралелни централној оси. Ти зраци се не секу, што значи да се лик предмета налази у бесконачности.

135. Предмет се налази са леве стране танког расипног сочива, на удаљености 52 [cm] од средине сочива. Радијус закривљености леве конкавне површине је $R_1 = 60$ [cm], а десне конкавне површине, $R_2 = 40$ [cm]. Индекс преламања стакла од кога је направљено сочиво је $n = 1{,}5$. Колика је удаљеност лика од средине сочива? Какав лик даје ово сочиво? Конструиши лик предмета.

Решење:



Једначина [illegible] жижне даљине расипног сочива гласи:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

Радијуси закривљених конкавних површина по дефиницији имају негативан предзнак, па ће и жижна даљина овог сочива бити негативна величина:

$$\frac{1}{f} = (1{,}5-1)\left(-\frac{1}{60} - \frac{1}{40}\right) = -\frac{1}{48}\ [\mathrm{cm}]^{-1},$$

одакле је $f = -48$ [cm]. Из једначине танког сочива добија се удаљеност лика:

$$l = -\frac{pf}{p+f} \approx 25\ [\mathrm{cm}].$$

Лик се конструише помоћу два од три карактеристична зрака. Зрак 1, који је пре преламања био паралелан централној оси, након преламања има правац чији продужетак пролази кроз жижу F_1. Зрак 2 пре преламања има правац чији продужетак пролази кроз жижу F_2, а након преламања је паралелан централној оси. Зрак 3 пролази кроз средину сочива готово без преламања. Преломљени зраци се не секу, па се лик предмета налази помоћу тачке у којој се секу продужеци тих зрака. Према томе, лик је *виртуелан* (имагинаран), усправан и умањен.

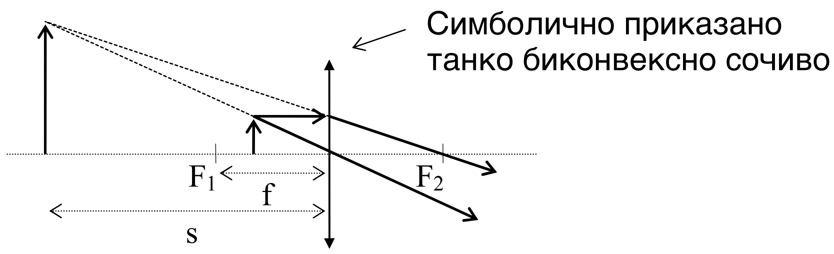
136. Особа нормалне даљине јасног вида помоћу лупе жижне даљине $f = 10$ [cm], види увећан лик предмета. Колика би требало да буде жижна даљина лупе, помоћу које би особа даљине јасног вида $s = 30$ [cm], видела лик истог предмета са истим увећањем? Конструиши лик предмета добијен помоћу лупе.

Решење:

Лупа је танко биконвексно сочиво које се ставља непосредно испред ока, тако да се добија увећан имагинарни лик предмета на удаљености јасног вида. То се постиже ако се предмет постави између сочива и жиже, у близини жиже. Увећање лупе је једнако:

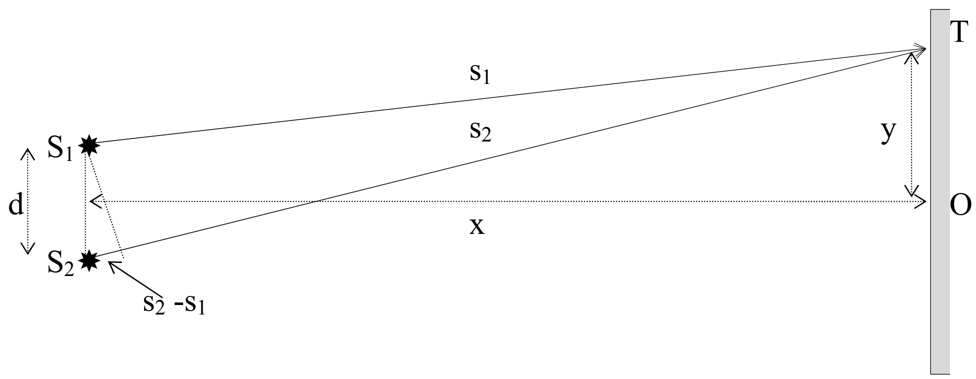
$$u = \frac{s}{f} + 1,$$

где је f жижна даљина, а s даљина јасног вида. Особа нормалне даљине јасног вида $s = 25$ [cm], помоћу лупе жижне даљине $f = 10$ [cm], види 3,5 пута увећан лик предмета. Према томе, особи даљине јасног вида $s = 30$ [cm], потребна је лупа жижне даљине $f = 12$ [cm], да би исти предмет видела увећан 3,5 пута.



137. Два кохерентна светлосна извора, S_1 и S_2, налазе се на међусобном растојању од $d = 200$ [μm]. Паралелно равни у којој леже извори, постављен је застор. Нормална удаљеност од средине растојања извора до застора, је $x = 7{,}5$ [m]. Колика је геометријска разлика путева зрака из извора S_1 и S_2 до тачке на застору, удаљене 3 [cm] од тачке у коју пада нормала, спуштена из средине растојања извора, на застор?

Решење:



Пут зрака из извора S_1 до тачке T је $s_1 = \overline{S_1T}$. Пут зрака из извора S_2 до тачке T је $s_2 = \overline{S_2T}$. Помоћу слике и применом Питагорине теореме, добија се:

$$s_1^2 = x^2 + (y - \frac{d}{2})^2, \quad s_2^2 = x^2 + (y + \frac{d}{2})^2.$$

Будући да је: $s_2^2 - s_1^2 = (s_2 - s_1)(s_2 + s_1)$, разлика путева је једнака:

$$s_2 - s_1 = \frac{s_2^2 - s_1^2}{s_s + s_1}\ .$$

За $x >> d$, као што је случај у овом задатку, са малом грешком може да се замени $s_2 + s_1 \approx x$, па је разлика путева једнака:

$$s_2 - s_1 = \frac{dy}{x} = \frac{2 \cdot 10^{-4}[m] \cdot 3 \cdot 10^{-2}[m]}{7{,}5[m]} = 0{,}8[\mu m].$$

138. У примеру чија је геометрија дата сликом из предходног задатка, извори S_1 и S_2 су извори беле светлости, смештени у ваздуху. За коју ће таласну дужину из спектра видљиве светлости, на растојању $\overline{OT}$, настати светла интерференциона пруга и кога реда?

Решење:

Предпоставимо да су извори S_1и S_2 уске пукотине на које пада бела светлост и кроз које зраци светлости падају на застор. Да би настала светла пруга на задатој удаљености од средине интерференционе слике, треба да важи:

$$s_2 - s_1 = z\lambda,$$

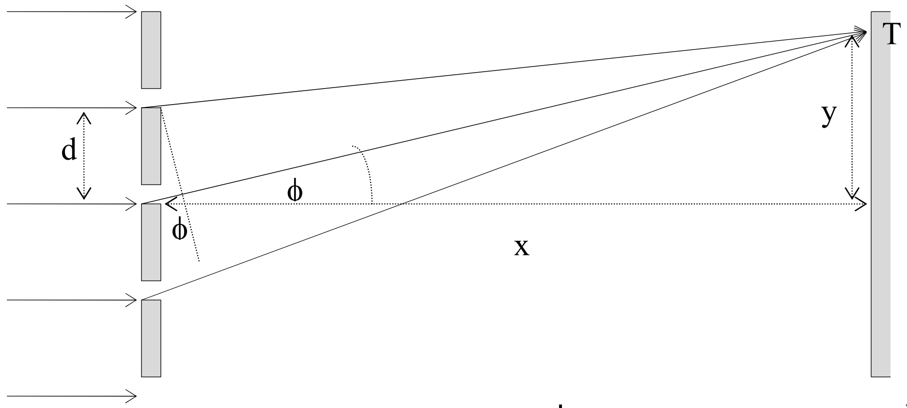
где је z редни број пруге, $(z = 0, 1, 2, 3,...)$ а λ, таласна дужина светлости. Редни број $z = 0$, одговара централној светлој пруги, која није разложена на таласне дужине спектра. Према предходном задатку је $s_2 - s_1 = 0{,}8\ [\mu m]$. За $z > 0$ таласна дужина је једнака:

$$\lambda = \frac{s_2 - s_1}{z} = \frac{0{,}8 \cdot 10^{-6}[m]}{z}.$$

Редном броју $z = 1$ одговара таласна дужина $\lambda = 800\ [nm]$, која не припада видљивом, већ инфрацрвеном делу спектра и није компонента беле светлости. Редном броју $z = 2$ одговара таласна дужина $\lambda = 400\ [nm]$, што је таласна дужина љубичасте светлости видљивог спектра. Редном броју $z = 3$, одговара таласна дужина $\lambda = 267\ [nm]$, која не припада видљивом, већ ултраљубичастом делу спектра и није компонента беле светлости. Са повећањем z изнад 3, припадне таласне дужине су све краће, дакле припадају ултраљубичастом делу спектра. Према томе, на удаљености $\overline{OT} = 3\ [cm]$, видеће се светла пруга другог реда љубичасте боје.

139. На којој удаљености од оптичке решетке треба поставити застор тако да буде паралелан њеној површини, да би монохроматска светлост таласне дужине $\lambda = 500\ [nm]$, дала светлу пругу другог реда на растојању од $12\ [cm]$ од централне интерференционе пруге? Константа решетке је $1/80\ [mm]$.

Решење:



Оптичка решетка садржи низ густо распоређених уских пукотина. У задатку је број пукотина по милиметру 80, што значи да је растојање између две суседне пукотине $d = 1/80$ [mm], (константа решетке). Ако се кроз пукотине пропусти светлост, оне постају кохерентни извори из којих зраци на застору дају интерференциону слику. Разлика путева зрака из два суседна извора $\delta = s_2 - s_1$, може да се изрази помоћу угла ϕ и растојања d:

$$\delta = d\sin\phi.$$

Из слике се види да је $tg\phi = \frac{y}{x}$. За $x >> d$ и $x >> y$ угао ϕ је мали, па може да се сматра да је: $tg\phi \approx \phi$ и $\sin\phi \approx \phi$. Да би на застору настала светла интерференциона пруга другог реда, треба да буде задовољен услов:

$$\delta = 2\lambda = d\phi,$$

или узимајући у обзир да је $\phi \approx y/x$, $2\lambda = d\frac{y}{x}$, одакле је

$$x = \frac{d \cdot y}{2\lambda} = \frac{(1/80) \cdot 10^{-3}[m] \cdot 12 \cdot 10^{-2}[m]}{2 \cdot 500 \cdot 10^{-9}[m]} = 1{,}5\ [m].$$

140. За колико се промени таласна дужина светлости фреквенције $\nu = 4 \cdot 10^{14}$ [Hz], при преласку светлосног таласа из стакла у ваздух? Индекс преламања стакла је $n = 1{,}5$. Брзина светлости у ваздуху је $c \approx 3 \cdot 10^8$ [m/s].

Решење:

Индекс преламања светлости неке средине је однос брзине простирања светлости у ваздуху (вакууму) и брзине простирања светлости у тој средини:

$$n = \frac{c}{v}.$$

Брзина простирања светлости у стаклу је:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 [m/s]}{1,5} = 2 \cdot 10^8 \text{ [m/s]} .$$

Таласна дужина светлости фреквенције $4{\cdot}10^{14}$ [Hz] у ваздуху је:

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 [m/s]}{4 \cdot 10^{14} [Hz]} = 750 \text{ [nm]}.$$

Таласна дужина светлости фреквенције $4{\cdot}10^{14}$ [Hz] у стаклу је:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{2 \cdot 10^8 [m/s]}{4 \cdot 10^{14} [Hz]} = 500 \text{ [nm]}.$$

Таласна дужина се при преласку из стакла у ваздух промени од 500 [nm] (плавозелене), до 750 [nm] (црвене), дакле за 250 [nm].

141. Колика је разлика у енергији фотона љубичасте светлости λ_v =390 [nm] и фотона црвене светлости λ_r = 720 [nm]?

Решење:

Енергија фотона је једнака $E = h\nu$, где је $h = 6{,}62{\cdot}10^{-34}$ [Js], Планкова константа, а ν фреквенција зрачења. Разлика енергије фотона љубичасте и црвене светлости је једнака:

$$E_v - E_r = h\,(\nu_v - \nu_r),$$

или с обзиром на релацију $\nu = c/\lambda$,

$$E_v - E_r = hc \cdot \left(\frac{1}{\lambda_v} - \frac{1}{\lambda_r}\right) .$$

Уврштавањем задатих вредности добија се:

$$E_v - E_r = 6{,}62 \cdot 10^{-34} [Js] \cdot 3 \cdot 10^8 [m/s] \cdot 10^9 \left(\frac{1}{390} - \frac{1}{720}\right) [m]^{-1} = 2{,}3 \cdot 10^{-19} \text{ [J]}.$$

142. Колико пута је енергија фотона црвене светлости таласне дужине λ_r = 700 [nm], а) већа од енергије инфрацрвеног зрачења таласне дужине λ_{ir} = 1000 [nm], б) мања од енергије x - зрачења, таласне дужине λ_x = 0,1 [nm]?

Решење:

а) $\dfrac{h\dfrac{c}{\lambda_r}}{h\dfrac{c}{\lambda_{ir}}} = \dfrac{1000[nm]}{700[nm]} = 1{,}43$ пута; б) $\dfrac{h\dfrac{c}{\lambda_x}}{h\dfrac{c}{\lambda_{ir}}} = \dfrac{700[nm]}{0{,}1[nm]} = 7000$ пута.

143. Сноп монохроматске светлости таласне дужине λ=500 [nm] има енергију $2 \cdot 10^{-3}$ [J]. Колико фотона садржи сноп?
Решење:

Укупна енергија снопа једнака је NE, где је N, број фотона, а $E = h\nu$, енергија појединог фотона.

$$NE = Nh\frac{c}{\lambda},$$

одакле се увршттавањем задатих вредности добија:

$$N = \frac{2 \cdot 10^{-3}[J] \cdot 500 \cdot 10^{-9}[m]}{6,62 \cdot 10^{-34}[Js] \cdot 3 \cdot 10^{8}[m/s]} \approx 5 \cdot 10^{15} \text{ фотона.}$$

144. Натријумова сијалица снаге $P = 100$ [W], која се налази у сферном стакленом балону, емитује фотоне таласне дужине $\lambda = 590$ [nm]. Колико фотона у јединици времена падне на стаклени балон?

Решење:

Енергија фотона је једнака:

$$E = h\frac{c}{\lambda} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}[Js] \cdot 3 \cdot 10^{8}[m/s]}{590 \cdot 10^{-9}[m]} = 3,37 \cdot 10^{-19} \text{ [J].}$$

Снага сијалице је $P = \frac{NE}{t}$, где је NE укупна енерија зрачења N фотона. Број фотона емитован у јединици времена је:

$$\frac{N}{t} = \frac{P}{E} = \frac{10^{2}[J/s]}{3.37 \cdot 10^{-19}[J]} \approx 3 \cdot 10^{20} \text{ фотона / [s].}$$

145. Колико фотона, које емитује хелијум - неонски ласер таласне дужине $\lambda = 633$ [nm], пада у секунди и по јединици површине детектора, ако је попречни пресек снопа фотона $S = 38,5$ [mm^2], а снага ласера $P = 5$ [mW]?

Решење:

Енергија фотона је:

$$E = h\frac{c}{\lambda} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}[Js] \cdot 3 \cdot 10^{8}[m/s]}{633 \cdot 10^{-9}[m]} = 3,1 \cdot 10^{-19} \text{ [J].}$$

Укупна енергија ласерског снопа је NE, где је N број емитованих фотона. Снага ласера је:

$$P = \frac{NE}{t},$$

где је $\frac{N}{t}$ број фотона емитованих у секунди,

$$\frac{N}{t} = \frac{P}{E} = \frac{5 \cdot 10^{-3}[W]}{3,1 \cdot 10^{-19}[J]} = 1,6 \cdot 10^{16} \text{ фотона } / [s].$$

У секунди, на јединицу површине детектора који је постављен нормално на сноп, пада:

$$\frac{N}{t \cdot S} = \frac{1,6 \cdot 10^{16} \dfrac{\text{фотона}}{[s]}}{38,5 \cdot 10^{-6}[m^2]} = 4,2 \cdot 10^{20} \frac{\text{фотона}}{[s][m^2]}$$

146. Колики је индекс преламања средине на коју из ваздуха пада зрак светлости под упадним углом од 45^0, а прелама се тако да је угао преламања 30^0?

147. Број диоптрија танког сабирног сочива је 4. Колика је жижна даљина сочива?

148. Број диоптрија танког сочива је $O_s = 2D$, где је O_s оптичка моћ сочива. Јединица за оптичку моћ сочива је диоптрија, $[1D]=[m^{-1}]$. Ако се предмет постави на оптичку осу на удаљености 50 [cm] од центра сочива, на којој удаљености од центра сочива се налази лик?

149. Жижна даљина сочива је $f = 0,5$ [m]. Колики је број диоп-трија сочива?

150. На планпаралелну стаклену плочу која се налази у ваздуху, светлосни зрак пада под упадним углом од $45°$. Под којим углом преламања зрак излази из плоче?

151. Која се светлост највише прелама дисперзијом беле светлости на стакленој призми?

152. Колико је растојање између два извора беле светлости, ако се на екрану удаљеном $3,2$ [m], љубичаста ($\lambda_v = 400$ [nm]) и црвена ($\lambda_r = 760$ [nm]), светла пруга првог реда, налазе на растојању од 8 [mm]?

153. Да ли се мења енергија фотона при преласку из једне у другу оптичку средину, различитог индекса преламања од прве?

154. Којој области спектра припада зрачење фотона енергије $2 \cdot 10^{-19}$ [J]? Планкова константа је $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ [J s], а брзина светлости $c = 3 \cdot 10^8$ [m/s].

155. Колика је енергија фотона из снопа монохроматског зрачења таласне дужине $\lambda = 300$ [nm] ? Брзина фотона је $c = 3 \cdot 10^8$ [m/s], а Планкова константа $6,62 \cdot 10^{-34}$ [J·s].

146. 1,41
147. 25 [cm]
148. ∞
149. 2[D]
150. 45°
151. љубичаста
152. 0,144 [mm]
153. не
154. инфрацрвеној
155. $6,62 \cdot 10^{-19}$ [J]

156. Помоћу Боровог модела водониковог атома, одреди полупречник орбите електрона, ако је атом у најнижем енер-гијском стању, и линијску брзину електрона на тој орбити.

Решење:

Уопште, сила која делује између језгра и електрона је Кулонова сила:

$$F_C = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_e q_p}{r_n^2} .$$

У изразу за Кулонову силу, $q_e = z\cdot e = z\cdot(-1,602\cdot10^{-19})$ [C] је укупно наелектрисање z електрона који се налазе у орбитама око језгра, $q_p = z'\cdot1,602\cdot10^{-19}$ [C] је укупно наелектрисање z' протона који се налазе у језгру, а r_n је полупречник орбите електрона за коју је главни квантни број једнак n. Електрична константа вакуума је $\varepsilon_0 = 8,854\cdot10^{-12}$ [$C^2N^{-1}m^{-2}$]. Негативан предзнак испред износа силе показује да је сила привлачна. Будући да се ради о водониковом атому који се састоји од једног протона и једног електрона, $z = 1$, $z' = 1$. Атом је у најнижем енергијском стању ако електрон кружи орбитом која је најближа језгру атома. Главни квантни број те орбите је $n = 1$. Износ Кулонове силе која делује између језгра и електрона за водоников атом у најнижем енергијском стању је:

$$|F_C| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_1^2} .$$

Према другом Њутновом закону, на електрон који равномерно кружи око језгра орбитом полупречника r_1, делује сила :

$$F = m_e\frac{v^2}{r_1} ,$$

где је $m_e = 9,109\cdot10^{-31}$ [kg], маса електрона, а $\frac{v^2}{r_1}$, радијално убрзање, које произилази из промене правца и смера линијске брзине v. Изједначавањем $|F_C|$ и F, добија се:

$$r_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{v^2 m_e} . \quad (1)$$

Линијска брзина може да се одреди на основу I Боровог постулата, по коме је момент количине кретања електрона по орбити главног квантног броја n, *квантован*:

$$r_n m_e v = n\cdot\frac{h}{2\pi} ,$$

$h = 6,626\cdot10^{-34}$ [Js], је Планкова константа. За брзину електрона на орбити главног квантног броја $n = 1$, важи:

$$v = \frac{h}{2\pi}\frac{1}{m_e r_1} . \quad (2)$$

Једначине (1) и (2) чине систем са две непознате величине, r_1 и v, па се решавањем тог система добија:

$$r_1 = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m_e e^2}\ , \qquad v = \frac{e^2}{2h\varepsilon_0}$$, одакле је

$$r_1 = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m_e e^2} = \frac{(6{,}62\cdot 10^{-34}[Js])^2\, 8{,}85\cdot 10^{-12}[C^2N^{-1}m^{-2}]}{\pi\cdot 9{,}11\cdot 10^{-31}[kg](1{,}6\cdot 10^{-19}[C])^2} = 5{,}3\cdot 10^{-11}\ [m].$$

$$v = \frac{(1{,}602\cdot 10^{-19}[C])^2}{2\cdot 6{,}626\cdot 10^{-34}[Js]\cdot 8{,}854\cdot 10^{-12}[C^2N^{-1}m^2]} \approx 2{,}19\cdot 10^6\ [m/s].$$

157. Колика је енергија потребна да се јонизује атом водоника, ако је у најнижем енергијском стању (основном стању)?

Решење:

Сила која електрону масе m_e даје радијално убрзање v^2/r_n на орбити главног квантног броја n, једнака је Кулоновој сили:

$$m_e\frac{v^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_n^2}\ . \ (1)$$

Потенцијална енергија електрона у пољу Кулонове силе је једнака: $E_p = F_C\cdot r$. Ако се електрон налази на орбити главног квантног броја n, потенцијална енергија је дата изразом:

$$E_p = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_n}.\ (2)$$

Кинетичка енергија електрона на орбити је $E_K = \frac{1}{2}m_e v^2$, где је v линијска брзина електрона. Из једначине (1) произилази:

$$E_K = \frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_n},\ (3)$$

или $E_K = \frac{1}{2}|E_p|$. Укупна енергија електрона на орбити главног квантног броја n, једнака је збиру потенцијалне енергије (1) и кинетичке енергије (2):

$$E = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_n}\ .\ (4)$$

Према I Боровом постулату, по коме је момент количине кретања електрона по орбити главног квантног броја n, квантован,

$$r_n m_e v = n\cdot\frac{h}{2\pi}\ ,$$

па следи да је:

$$m_e \frac{v^2}{r_n} = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 m_e r_n^3} \ .$$

Узимајући у обзир релацију (1), полупречник орбите главног квантног броја n, може да се изрази на следећи начин:

$$r_n = \frac{n^2h^2\varepsilon_0}{\pi m_e e^2} \ .$$

Уврштавањем r_n у релацију (4), за укупну енергију се добија:

$$E = -\frac{1}{8\varepsilon_0^2}\frac{e^4 m_e}{n^2h^2} \ .$$

Енергија електрона на орбити $n = 1$, једнака је:

$$E = \frac{(1{,}602\cdot 10^{-19}[C])^4 9{,}109\cdot 10^{-31}[kg]}{8\cdot(8{,}854\cdot 10^{-12}[C^2N^{-1}m^{-2}])^2(6{,}626\cdot 10^{-34}[Js])^2} = 2{,}18\cdot 10^{-18}\ [J] \ .$$

Потенцијална енергија електрона који се ослободио привлачне силе језгра, једнака је нули, па је и укупна енергија једнака нули. Енергија потребна да би електрон водониковог атома из најнижег енергијског стања ($n = 1$), прешао у слободно стање ($n = \infty$), једнака је:

$$\Delta E = 0 - (-E_1) = 2{,}18\cdot 10^{-18}\ [J] = 13{,}6\ [eV] \ .$$

158. Колике су таласне дужине Балмерове серије спектралних линија водоника у подручју видљиве светлости?

Решење:

Према II Боровом постулату, атом зрачи енергију само при преласку електрона из вишег у ниже енергијско стање. Фотони које зрачи атом имају енергију од једног *кванта*: $h\nu$, где је $h = 6{,}626\cdot 10^{-34}$ [Js] Планкова константа, а ν фреквенција зрачења. Квант израчене енергије једнак је разлици енергија почетног и коначног стања електрона:

$$E_k - E_n = h\nu = -\frac{e^4 m_e}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{k^2} - \left(-\frac{e^4 m_e}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2}\right),$$

где је $k > n$. Балмерова серија линија видљиве светлости настаје при преласку електрона из виших побуђених стања ($k = 7, 6, 5, 4, 3$) у стање енергије коме одговара $n = 2$. Фреквенције и припадне таласне дужине спектралних линија добијају се помоћу израза:

$$\nu = \frac{e^4 m_e}{8\varepsilon_0^2 h^3}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right), \quad \text{односно} \quad \lambda = \frac{c}{\nu} = c\frac{8\varepsilon_0^2 h^3}{e^4 m_e}\frac{n^2k^2}{k^2 - n^2} = \frac{1}{R}\frac{n^2k^2}{k^2 - n^2} \ ,$$

где је $c = 3\cdot 10^8$ [m/s], брзина светлости, а $R = 1{,}097\cdot 10^7$ [1/m] Ридбергова константа.

За $k = 7$, $\lambda = 397$ [nm], љубичаста
$k = 6$, $\lambda = 410$ [nm], љубичасто-плава
$k = 5$, $\lambda = 434$ [nm], плава
$k = 4$, $\lambda = 486$ [nm] плаво-зелена и
$k = 3$, $\lambda = 656$ [nm] црвена.

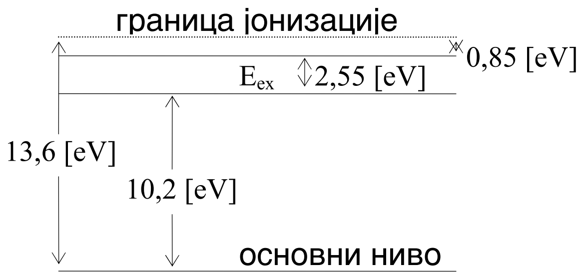
159. Атом водоника налази се у побуђеном енергијском стању, из кога може да се јонизује апсорпцијом енергије од 0,85 [eV]. Из тог стања атом прелази у побуђено стање ниже енергије E_{ex} и при томе емитује фотон фреквенције $\nu = 6{,}17\cdot10^{14}$ [Hz]. Колика је разлика између енергије E_{ex} и енергије најнижег енергијског нивоа (основног стања) атома водоника.

Решење:

Енергија емитованог фотона једнака је:

$$h\nu = 6{,}626\cdot10^{-34}\,[\mathrm{Js}]\cdot6{,}17\cdot10^{14}\,[\mathrm{Hz}] = 4{,}085\cdot10^{-19}\,[\mathrm{J}] = 2{,}55\,[\mathrm{eV}].$$

Да би атом био јонизован из основног стања, потребно је да апсорбује енергију од 13,6 [eV]. Нивоу са кога се врши прелаз електрона одговара енергија (13,6 - 0,85) [eV]. Ниво на који се врши прелаз налази се 2,55 [eV] ниже, односно 10,2 [eV] изнад основног стања. Дијаграм енергијских стања изгледа овако:



160. Напиши конфигурацију неона ($_{10}Ne$), узимајући у обзир Паулијев принцип попуњавања енергијских стања атома.

Решење:

Према Паулијевом принципу два или више електрона не могу да буду у енергијском стању за које су сва четири квантна броја једнака. Квантни бројеви који дефинишу енергију електрона су:
$n = 1, 2, 3,...$ - главни квантни број (број "љуске");
$l = 0, 1, 2, ...(n-1)$ - орбитални квантни број;
$m_l = 0, -1,0,1, -2,-1,0,1,2,...-l,-(l-1),..,0,...(l-1),l$ - магнетски орбитални квантни број
$m_s = \pm\frac{1}{2}$ - квантни број спина.
Атом неона има 10 електрона који су распоређени у орбитале на следећи начин:

$n = 1$		$n = 2$							
$l = 0$		$l = 0$		$l = 1$					
$m_l = 0$		$m_l = 0$		$m_l = -1$		$m_l = 0$		$m_l = 1$	
1/2	-1/2	1/2	-1/2	1/2	-1/2	1/2	-1/2	1/2	-1/2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Орбитале за које је $l = 0$, означавају се са "s" (sharp, оштар).
Орбитале за које је $l = 1$, означавају се са "p" (principle, главни).
Љуска $n = 1$ садржи два s - електрона : $(1s)^2$.
Љуска $n = 2$ садржи два s - електрона и шест p - електрона: $(2s)^2(2p)^6$.
Конфигурација неона је: $(1s)^2(2s)^2(2p)^6$.

161. Колика је запремина језгра атома злата, $^{197}_{79}Au$?

Решење:

Под предпоставком да језгро атома има сферни облик, запремина је дата обрасцем:

$$V = \frac{4}{3}\pi r_n^3,$$

где је r_n полупречник језгра. Полупречник језра атома чији је масени број једнак A, може да се одреди помоћу релације:

$$r_n = r_0\sqrt[3]{A}.$$

Величина $r_0 = 1{,}2\cdot10^{-15}$ [m], јединични нуклеарни полупречник, представља најмању удаљеност на коју могу да се приближе нуклеони у језгру. Запремина језгра злата ($A = 197$), износи:

$$V = \frac{4}{3}\pi(1{,}2\cdot10^{-15}[m])^3\cdot197 = 1425\cdot10^{-45}\ [m^3],$$

или 1425 [fm^3]. (Један фемптометар, [fm] = 10^{-15} [m]).

162. Колика би се енергија ослободила при формирању језгра атома хелијума ^4_2He, из протона и неутрона? Колика би се енергија ослободила при настајању једног грама хелијума на овај начин? Задата је:

маса атома хелијума $m_{He} = 4{,}0026$ [u],
маса протона $m_p = 1{,}0073$ [u],
маса неутрона $m_n = 1{,}0087$ [u] и
маса електрона $m_e = 0{,}00055$ [u].

Решење:

При формрању језгра из нуклеона, ослобађа се енергија једнака енергији везе. Према Ајнштајновој релацији, енергија везе је једнака:

$$\Delta E = \Delta m\, c^2,$$

где је $c = 2{,}99792 \cdot 10^8$ [m/s], брзина електромагнетских таласа, (брзина светлости), у вакууму, а Δm, *дефект масе*. Дефект масе представља разлику између укупне масе нуклеона и масе језгра као целине:

$$\Delta m = Zm_p + (A-Z)m_n - m_j\ .$$

У изразу за дефект масе Z је редни број атома, А је масени број атома, m_p је маса протона, m_n је маса неутрона и m_j је маса језгра. Масе нуклеона и електрона дате су у *атомским јединицама масе*: $1[u] = 1{,}661 \cdot 10^{-27}$ [kg]. За дефект масе од 1 [u], енергија везе је једнака:

$$\Delta E_u = (2{,}9979 \cdot 10^8 [m/s])^2 \cdot 1{,}661 \cdot 10^{-27} [kg] = 14{,}9 \cdot 10^{-11} [J] \approx 931\, [MeV]\ ,$$

а за Δm [u]: $\Delta E = 931{,}5 [MeV][u]^{-1} \cdot \Delta m[u]$.

Маса језгра хелијума је једнака: $m_j = m_{He} - 2m_e$, па је дефект масе при формирању језгра хелијума:

$$\Delta m = 2 \cdot 1{,}0073\ [u] + 2 \cdot 1{,}0087\ [u] - (4{,}0026 - 2 \cdot 0{,}00055)\ [u] = 0{,}0305\ [u]\ .$$

Енергија везе која би се ослободила при формирању једног језгра је једнака : $\Delta E = 931 [MeV][u]^{-1} \cdot 0{,}0305 [u] = 28{,}4\, [MeV]$.

Један грам хелијума садржи $N = \frac{N_A}{4} = 1{,}51 \cdot 10^{23}$ језгара, где је $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ језгара/mol, Авогадров број.

Формирањем језгара једног грама хелијума, ослободи се енергија од $43 \cdot 10^{23}$ [MeV] $\approx$ $69 \cdot 10^{10}$ [J] .

163. Бомбардовањем језгара бора ${}^{11}_{5}\mathrm{B}$ протонима, добијају се језгра берилијума ${}^{8}_{4}\mathrm{Be}$. Која још језгра, поред језгара берилијума, настају при овој реакцији? Колика је енерија која се ослободи при овој реакцији? Задата је:
маса атома бора $m_B = 11{,}00930$ [u],
маса атома водоника $m_H = 1{,}00783$ [u],
маса атома берилијума $m_{Be} = 8{,}00531$ [u] и
маса атома хелијума $m_{He} = 4{,}00260$ [u].

Решење:

Реакцијом настају језгра хелијума ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$, (α честице):

$$ {}^{11}_{5}\mathrm{B} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{8}_{4}\mathrm{Be} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}. $$

Дефект масе ове реакције може да се израчуна помоћу маса атома, јер се масе електрона атома који улазе у реакцију и електрона атома који излазе из реакције, поништавају.

$$ \Delta m = m_B + m_H - (m_{Be} + m_{He}) . $$

Увршташавањем задатих вредности добија се: $\Delta m = 0{,}00922$ [u].
Енергија везе је: $\Delta E = 931{,}5$ [MeV][u]$^{-1}$ $0{,}00922$ [u] $= 8{,}58$ [MeV].

164. Узорак угљенисаног дрвета од 5 [g], узет са огњишта на археолошком налазишту, показује активност угљеника ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ једнаку 63 распада у минуту. Узорак од 1 [g] тек посеченог дрвета, показује активност угљеника ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ једнаку 15,3 распада у минуту. Период полураспада угљеника ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ једнак је 5730 година. Колико је старо огњиште?

Решење:

Док је дрво живо, количина радиоактивног угљеника ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ се не мења, због сталне размене овог елемента са атмосфером. Сечом дрвета, "дисање" дрвета престаје и количина радио-активног угљеника се дезинтеграцијом језгара смањује. Процес дезинтеграције се одвија по закону:

$$ N = N_0 e^{-\lambda t}, $$

где је N број још не распаднутих језгара, N_0 почетни број језгара (у тренутку $t = 0$ [s]), а λ је константа радиоактивног распада. Период полураспада $\tau_{1/2}$ и константа радиоактивног распада λ, повезани су изразом:

$$ \lambda = \frac{\ln 2}{\tau_{1/2}} = \frac{0{,}693}{\tau_{1/2}}. $$

У тренутку t, активност језгра је $a = \lambda N$, одакле је $N = a/\lambda$. Активност узорка угљенисаног дрвета је:

$$ a = \frac{63}{60} = 1{,}05 \ [\mathrm{Bq}], $$

где је уведена јединица активности бекерел = један распад у секунди, ($1[Bq] = 1[s^{-1}]$). Број нераспаднутих језгара је:

$$N = \frac{1{,}05[s^{-1}]}{0{,}693} 5{,}73 \cdot 3{,}65 \cdot 2{,}4 \cdot 3{,}6 \cdot 10^9 [s] = 2{,}74 \cdot 10^{11} \ .$$

Да би одредили време t након кога је остало $N = 4 \cdot 10^{12}$ језгара за распад, потребно је да се познаје почетни број радиоактивних језгара N_0, тј. број који је постојао у тренутку сече дрвета. Тај број може да се одреди из активности тек посеченог дрвета:

$$a_0 = \lambda N_0 \ .$$

Да би активност тек посеченог дрвета, која је задата за масу од $1[g]$, могла да се упоређује са активности угљенисаног узорка од $5\ [g]$, потребно је да се увећа пет пута:

$$a_0 = \frac{5 \cdot 15{,}3}{60} = 1{,}275\ [Bq].$$

Почетни број језгара је:

$$N_0 = \frac{1{,}275[s^{-1}]}{0{,}693} 5{,}73 \cdot 3{,}65 \cdot 2{,}4 \cdot 3{,}6 \cdot 10^9 [s] = 3{,}33 \cdot 10^{11}.$$

Закон радиоактивног распада може да се напише као: $\dfrac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$,

одакле се логаритмовањем добија:

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t, \text{ или}$$

$$t = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{N}{N_0}.$$

Уврштавањем вредности N и N_0 и $\lambda = 0{,}693/\tau_{1/2}$, добија се да је $t = 1600$ година, што је и старост огњишта.

165. У нуклеарној електрани се годишње потроши $19{,}2\ [kg]$ урана $^{235}_{92}U$. Знајући да се при сваком цепању језгра $^{235}_{92}U$ ослободи енергија од $200\ [MeV]$ и да је коефицијент искоришћења при претварању нуклеарне у електричну енергију једнак $25\ \%$, одреди снагу електране.

Решење:

Маса од $m = 19{,}2\ [kg]$ урана $^{235}_{92}U$ садржи:

$$N = \frac{m \cdot N_A}{M} = \frac{19{,}2[kg] \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} [mol]^{-1}}{0{,}235[kg/mol]} \approx 5 \cdot 10^{25} \text{ језгара},$$

где је M моларна маса овог изотопа урана.

Енергија која се добије распадом $5 \cdot 10^{25}$ језгара једнака је:

$$N \cdot E = 5 \cdot 10^{25} \cdot 200\ [MeV] = 10^{28}\ [MeV] = 1{,}6 \cdot 10^{15}\ [J].$$

Снага је једнака енергији ослобођеној у јединици времена, па може да се израчуна на следећи начин:

$$P = \frac{NE}{t} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{15}[J]}{365 \cdot 24 \cdot 3600[s]} = 5{,}07 \cdot 10^{7}\ [W]\ .$$

Корисна снага је једнака $P_k = 25\%\ P = 0{,}25 \cdot 5{,}07 \cdot 10^{7}\ [W] \approx 12{,}7\ [MW]$.

166. Како зависи енергија електрона а) од редног (атомског) броја језгра Z и б) главног квантног броја n, према Боровом моделу атома?

167. За једноструко јонизовани атом хелијума He^{+}, израчунај: а) радијус прве орбите електрона б) енергију јонизације из основног стања и в) енергију електрона у првом побуђеном стању, $(n = 2)$. Енергију изрази у електронволтима.

168. За двоструко јонизовани атом литијума Li^{++}, израчунај: а) радијус прве орбите електрона, б) енергију јонизације из основног стања и в) енергију електрона у првом побуђеном стању, $(n = 2)$. Енергију изрази у електронволтима.

169. Атом водоника емитује спектралну линију таласне дужине $\lambda = 102{,}6\ [nm]$. Који је главни квантни број полазне орбите електрона и који је главни квантни број орбите на коју електрон прелази?

170. Фотон енергије $E = 15\ [eV]$ јонизује атом водоника који се налази у основном стању. Којом ће се брзином електрон удаљити од језгра?

171. За колико се повећа енергија атома који апсорбује фотон фреквенције $\nu = 5 \cdot 10^{14}\ [Hz]$?

172. Колико могућих енергијских стања електрона има орбита са главним квантним бројем: а) $n = 1$ б) $n = 2$ в) $n = 3$ и г) $n = 4$?

173. Електронска конфигурација атома берилијума $_{4}Be$, је $1s^2 2s^2$. Да ли је електронска конфигурација атома бора $_{5}B$, $1s^2 2s^3$? Објасни.

174. Напиши електронску конфигурацију аргона, $_{18}Ar$.

175. Напиши електронску конфигурацију калијума, $_{19}K$.

176. Колики је број неутрона у језгру изотопа водоника, трицијума?

177. Колики је број неутрона у језгру изотопа урана $^{235}_{92}U$?

178. Одреди енергију везе и енергију везе по нуклеону језгра кисеоника $^{16}_{8}O$, чија је маса атома m_a = 15,99491 [u]. Познате су масе неутрона, протона и електрона: m_n = 1,00867 [u], m_p = 1,00728 [u], односно m_e = 0,00055 [u].

179. За колико времена ће се распасти 3/4 од почетног броја језгара изотопа хрома $^{51}_{24}Cr$, ако је његов период полураспада $\tau_{1/2}$ = 27,8 часова?

180. Ако се језгро алуминијума $^{27}_{13}Al$ бомбардује α честицом, ослободи се неутрон. Које се језгро добије том реакцијом?

181. Који елемент настаје излетањем α честице из језгра изотопа плутонијума $^{239}_{94}Pu$?

182. За колико се промени, редни број елемента у периодном систему Менделејева, услед β^- распада? Да ли се редни број повећа или смањи?

183. Апсорпцијом једног неутрона $^{1}_{0}n$, језгро изотопа урана $^{235}_{92}U$ дели се на два језгра: језгро ксенона $^{140}_{54}Xe$ и језгро изотопа стронцијума $^{94}_{38}Sr$. Које се честице и колико њих, ослобађају овом реакцијом?

184. Каква је физичка природа гама (γ) зрака? Колика је брзина простирања гама зрака кроз вакуум?

185. Ако језгро неког елемента емитује γ зраке, да ли настаје језгро које одговара елементу са новим редним бројем у периодним систему Менделејева, у односу на првобитни?

166. а) $E \sim Z^2$ б) $E \sim n^{-2}$
167. а) $r_1 = 2{,}65 \cdot 10^{-11}$ [m], б) 54,5 [eV], в) 13,6 [eV]
168. а) $r_1 = 1{,}77 \cdot 10^{-11}$ [m], б) 122,4 [eV], в) 30,6 [eV]
169. k = 3, n = 1
170. $7 \cdot 10^5$ [m/s]
171. за $3{,}3 \cdot 10^{-19}$ [J]
172. а) 2 б) 8 в) 18 и г) 32
173. Није, јер по Паулијевом принципу, енергијска стања два електрона не могу да буду одређена са сва четири квантна броја једнака. Електронска конфигурација $_5B$, је $1s^2 2s^2 2p^1$.
174. $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$

175. $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1$
176. 2
177. 143
178. $\Delta E = 127{,}6$ [MeV], $\Delta E/16 = 7{,}98$ [MeV]
179. $t = 2\tau = 55{,}6$ часова
180. језгро фосфора $^{30}_{15}P$
181. $^{235}_{92}U$
182. повећа се за 1
183. два неутрона
184. то су електромагнетски таласи; $3 \cdot 10^5$ [km/s]
185. не