Rešenja zadataka iz **MATEMATIKE** I GRUPA

1. Tačan odgovor je pod **E**
   Kako je $x \leq 4$, a $y < 12$, proizvod xy ne može biti jednak 48.

2. Tačan odgovor je pod **A**
   Površina kocke je
   $$P = 6a^2,$$
   gde je a dužina ivice kocke. Veza između dijagonale kocke D i ivice kocke a je data formulom
   $$a = \frac{D}{\sqrt{3}}$$
   pa je
   $$P = 6\Big(\frac{D}{\sqrt{3}}\Big)^2 = \frac{6D^2}{3} = 2D^2.$$

3. Tačan odgovor je pod **E**
   Kako je $\sqrt[3]{0,000064} = 0.04$, imamo da je
   $$\sqrt{\sqrt[3]{0,000064}} = \sqrt{0,04} = 0,2.$$

4. Tačan odgovor je pod **A**
   Formula za površinu trougla je
   $$P = \frac{ah_a}{2},$$
   gde je $a = \sqrt{2}$, a h_a je visina trougla koja odgovara osnovici a. Potrebno je izračunati visinu trougla h_a koja je ujedno i težišna duž. Trougao ABC je jednakokraki, sa osnovicom AB. Težišne duži povučene na krakove se seku pod pravim uglom u tački T. Težišna duž trougla h_a je CM i prolazi kroz tačku T. Trougao ABT predstavlja polovinu kvadrata čija dijagonala iznosi $\sqrt{2}$ pa je dužina $TM = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Kako težište T deli težišnu duž u odnosu 2:1 težišna duž CM, odnosno visina h_a iznosi $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ pa je površina trougla 1,5.

5. Tačan odgovor je pod **E**
   Neka je $ax + by + c = 0$ duž. Odstojanje tačke sa koordinatama (x_0, y_0) od date duži je
   $$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$
   Dakle,
   $$d = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) + (-4)|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}.$$

6. Tačan odgovor je pod **B**
   Rešenja jednačine $x(2x + 1) = 0$ su $x = 0$ i/ili $x = -\frac{1}{2}$.
   Rešenja jednačine $(x + \frac{1}{2})(2x - 3)$ su $x = -\frac{1}{2}$ i/ili $x = \frac{3}{2}$.
   Dakle, $x = -\frac{1}{2}$.

7. Tačan odgovor je pod **D**
   Imamo $f(g(x)) = 1 - g(x) = 1 - (2 - x) = x - 1$ i $g(f(x)) = 2 - f(x) = 2 - (1 - x) = 1 + x$ pa je
$$f(g(x)) - g(f(x)) = x - 1 - (1 + x) = -2.$$

8. Tačan odgovor je pod **C**
   Primenom formule za zbir 2 sinusa i zbir 2 kosinusa dobijamo
$$\frac{\sin\alpha + \sin(\alpha - 2\beta)}{\cos\alpha + \cos(\alpha - 2\beta)} = \frac{2\sin(\alpha - \beta)\cos\beta}{2\cos(\alpha - \beta)\cos\beta} = \operatorname{tg}(\alpha - \beta).$$
   Primenom formule za $\operatorname{tg}(\alpha - \beta)$ dobijamo
$$\frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta} = \frac{\frac{1}{2} - (-\frac{1}{3})}{1 + \frac{1}{2}(-\frac{1}{3})} = 1.$$

9. Tačan odgovor je pod **A**
   Jednakost
$$\log_2(1 - x) = \log_2(x - 3)$$
   je zadovoljena ako
$$1 - x = x - 3$$
   dakle, $x = 2$, ali jednačina nema rešenje jer je $\log_b x$ definisann za $x > 0$.

10. Tačan odgovor je pod **A**
    Kvadratna jednačina $ax^2 + bx + c$ treba da ima jednu nulu, a to je zadovoljeno kada
$$b^2 - 4ac = 0.$$
    Dakle, $64 - 4m = 0$ za $m = 16$.